

ANALISIS MODEL EPIDEMIK PENYAKIT DEMAM BERDARAH *DENGUE* DENGAN MANUSIA YANG TERISOLASI MENGGUNAKAN *CONTROL REPRODUCTION NUMBER*

Atika Ratna Dewi, Sulistiyasni, Dewi Erla Mahmudah

Program Studi Teknik Informatika STMIK Widya Utama

atikaratna@swu.ac.id

ABSTRAK

Demam Berdarah *Dengue* (DBD) adalah salah satu jenis penyakit menular yang ditularkan melalui virus *dengue* yang dibawa oleh nyamuk *Aedes aegypti*. Penyebaran penyakit DBD dapat dibentuk menjadi sebuah model epidemi dengan memperhatikan dua populasi yaitu populasi manusia dan populasi nyamuk. Model tersebut dapat dikembangkan dengan menambahkan sub populasi manusia yang terisolasi. Model yang diperoleh dapat digunakan untuk memprediksi penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* pada kurun waktu tertentu. Rumus angka rasio reproduksi dasar (*basic reproduction ratio number*) yang disimbolkan dengan R_0 digunakan untuk menunjukkan terjadinya epidemi dalam populasi. Rumus angka rasio reproduksi dasar yang diperoleh dipengaruhi oleh tingkat penyebaran DBD dan tingkat kesembuhan manusia. Epidemi terjadi apabila tingkat penyebaran DBD semakin besar dan tingkat kesembuhan manusia semakin kecil. Angka reproduksi kontrol (*control reproduction number*) yang disimbolkan dengan R_c digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh pada isolasi terhadap penyebaran DBD. Perilaku model penyebaran penyakit DBD, ditentukan berdasarkan kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik.

Kata kunci: Demam Berdarah *Dengue*, model epidemik, isolasi, angka rasio reproduksi dasar, angka reproduksi kontrol, titik kesetimbangan, dan kestabilan.

ABSTRACT

Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) is one of transmitted diseases type which is infected by dengue virus, which brought by Aedes aegypti mosquitos. The spreading of DHF disease can be formed into an epidemic model which concern with two population, that are human population and mosquitos population. It can be developed with adding isolation human sub population. The formula of basic reproduction ratio number (R_0) applicable to show the happening of epidemic in population. The formula of basic reproduction ratio number is influenced by the DHF contact rate and the human healing rate. Epidemic is happened if the DHF contact rate is larger and the healing rate is smaller. The formula of control reproduction number (R_c) is used to know the influence factor of isolation to the DHF spreading. The behavior of spreading DHF disease is determined by stability of the free disease equilibrium point and the endemic equilibrium point.

Keywords: *Dengue Hemorrhagic Fever (DHF), epidemic model, isolation, basic reproduction ratio number, control reproduction number, the equilibrium points, and stability.*

PENDAHULUAN

Penyakit Demam Berdarah *Dengue* (DBD) atau *Dengue Hemorrhagic Fever* (DHF) merupakan salah satu penyakit menular yang menjadi masalah kesehatan di dunia. Penyakit ini disebabkan oleh virus *Dengue* yang ditularkan kepada manusia melalui gigitan nyamuk *Aedes Aegypti* dan *Aedes Albopictus*. Wabah pertama yang terjadi di Indonesia yaitu pada tahun 1968 tepatnya di Surabaya, dimana sebanyak 58 orang terinfeksi dan 24 orang diantaranya meninggal dunia, dengan Angka Kematian (AK) mencapai 41,3% (Kemenkes RI, 2017).

Sampai saat ini DBD masih menjadi masalah kesehatan bagi masyarakat dan menimbulkan dampak sosial maupun ekonomi. Kerugian sosial yang terjadi antara lain karena menimbulkan kepanikan dalam keluarga, kematian anggota keluarga dan berkurang usia harapan dalam keluarga, kematian anggota keluarga dan berkurangnya usia harapan hidup masyarakat. Dampak ekonomi langsung adalah biaya pengobatan yang cukup mahal, sedangkan dampak tidak langsung adalah kehilangan waktu kerja dan biaya lain yang dikeluarkan selain pengobatan seperti transportasi dan akomodasi selama perawatan sakit (Kemenkes RI, 2017).

Model matematika untuk epidemi merupakan suatu alat yang dapat digunakan untuk mempertimbangkan strategi-strategi dalam mengendalikan penyebaran penyakit. Model matematika juga dapat membantu dalam prediksi pengendalian epidemi di masa mendatang agar tidak terjadi pandemik. Riset model epidemik penyakit telah banyak diteliti, salah satunya pada penelitian Cai dan Li (2010), Augusto dkk (2012), dan Rodrigues dkk (2012). Berbagai macam strategi pengendalian penyakit telah dilakukan dengan tujuan meminimalkan individu yang terkena penyakit maupun sebagai upaya pencegahan, seperti pada penelitian Kong dkk (2011), Ozair dkk (2012), dan Mahmudah dkk (2013).

Penyebaran penyakit DBD dapat dibentuk menjadi sebuah model epidemi. Salah satu model epidemi DBD yang pernah dikaji yaitu model yang dikembangkan oleh Soewono dan Supriatna (2001). Model tersebut memperhatikan dua populasi yaitu populasi manusia dan populasi nyamuk sebagai pembawa virus. Populasi manusia terbagi menjadi tiga kelompok yaitu kelompok manusia rentan terinfeksi, kelompok manusia terinfeksi dan kelompok manusia yang sembuh. Sedangkan untuk populasi nyamuk terbagi menjadi dua kelompok yaitu kelompok nyamuk rentan terinfeksi dan kelompok nyamuk terinfeksi. Secara matematis, model epidemik/penyebaran DBD merupakan suatu sistem persamaan diferensial. Studi teoritis yang dilakukan oleh Soewono dan Supriatna (2001)

memperlihatkan bahwa keberhasilan pengendalian *dengue* sangat bergantung pada parameter-parameter biologi pertumbuhan dari nyamuk *Aedes aegypti* yang menjadi vektor penyebaran *dengue*.

Salah satu tindakan pencegahan penyebaran wabah DBD yang dapat dilakukan adalah dengan mengetahui sejak dini apakah dalam waktu yang lama suatu populasi akan terjadi epidemi atau tidak. Angka rasio reproduksi dasar (*basic reproduction ratio number*) dapat digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi epidemi. Menurut WHO, cara lain untuk mengontrol penyebaran infeksi antara lain dengan mengisolasi individu yang terdiagnosa terkena penyakit. Isolasi berarti pemisahan individu yang terinfeksi virus setelah gejala penyakitnya berkembang. Model yang digunakan dalam mengendalikan penyebaran virus *dengue*, diperoleh dengan menambahkan kelompok manusia yang terisolasi pada model awal Soewono dan Supriatna (2001). Angka reproduksi kontrol (*control reproduction number*) digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh pada isolasi terhadap penyebaran DBD. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengkaji model epidemik penyakit DBD dengan isolasi. Selanjutnya, penulis ingin menentukan faktor-faktor yang mempengaruhi terjadinya epidemi, dan mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh pada isolasi terhadap penyebaran penyakit DBD serta mengkaji perilaku model.

METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menurunkan model epidemik penyakit demam berdarah *dengue* dengan isolasi.
2. Menyelesaikan model secara kualitatif.
3. Mencari angka rasio reproduksi dasar (*basic reproduction ratio number*).
4. Mencari angka reproduksi kontrol (*control reproduction number*).
5. Melihat perilaku model dengan menganalisa dinamika dari titik kesetimbangan.
6. Simulasi model epidemik penyakit demam berdarah *dengue* dengan isolasi.

Analisis hasil R_0 (angka rasio reproduksi dasar/*basic reproduction number*), digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi epidemi. Sedangkan, nilai R_c (angka reproduksi kontrol/*control reproduction number*) yang diperoleh, dianalisis untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh pada isolasi terhadap penyebaran penyakit DBD.

HASIL DAN PEMBAHASAN

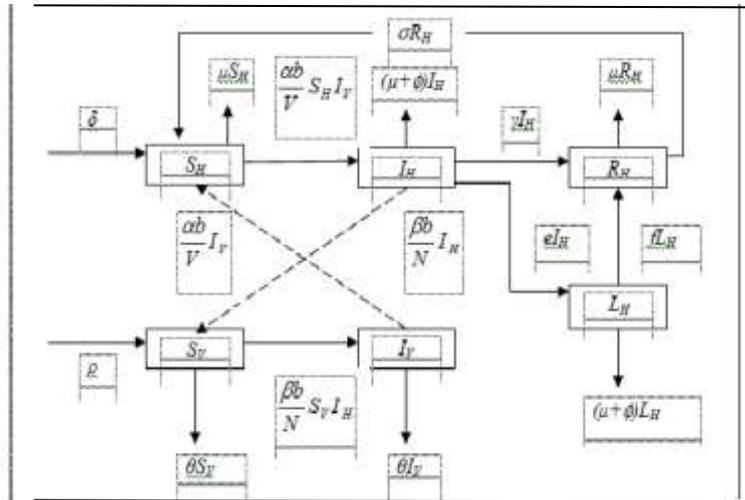
Pembentukan model matematika memerlukan beberapa asumsi yang berkaitan dengan masalah yang dimodelkan. Untuk memudahkan pembentukan dan pembahasan model dari penyakit yang disebabkan oleh hewan perantara nyamuk *Aedes aegypti*, digunakan beberapa asumsi, yaitu :

1. Populasi manusia dan nyamuk bersifat tertutup, artinya penambahan atau pengurangan jumlah manusia dan nyamuk hanya terjadi dengan kelahiran atau kematian, sedangkan perpindahan manusia baik melalui imigrasi dan emigrasi diabaikan.
2. Tingkat kelahiran manusia dan nyamuk tetap.
3. Model hanya terdiri dari satu spesies vektor yaitu nyamuk *Aedes aegypti* betina.
4. Setiap manusia yang lahir sehat. Artinya tidak ada manusia yang lahir terinfeksi DBD.
5. Setiap nyamuk yang menetas sehat. Artinya telur nyamuk hanya membawa virus *dengue* yang belum aktif.
6. Manusia yang telah sembuh dapat terinfeksi kembali.
7. Faktor lingkungan yang bersih, suhu, kelembaban udara serta variasi musim diabaikan.

Model penyebaran penyakit DBD dibagi menjadi enam kelompok, yaitu :

1. Kelompok manusia rentan terinfeksi/*susceptible* (S_H), yaitu kelompok manusia sehat yang belum terinfeksi dan dapat terinfeksi.
2. Kelompok manusia terinfeksi/*infectives* (I_H), yaitu kelompok manusia yang telah terinfeksi virus dan dapat menularkan ke nyamuk.
3. Kelompok manusia yang telah sembuh dari infeksi/*recovery* (R_H), yaitu kelompok manusia terinfeksi yang sudah sembuh. Individu dalam kelas ini masih dapat terinfeksi kembali.
4. Kelompok manusia yang terisolasi (L_H), yaitu kelompok manusia yang secara medis gejala penyakitnya sudah berkembang dan selama dalam masa penyembuhan manusia tersebut diisolasi di rumah sakit.
5. Kelompok nyamuk rentan terinfeksi (S_v), yaitu kelompok nyamuk sehat yang belum terinfeksi dan dapat terinfeksi virus.
6. Kelompok nyamuk terinfeksi (I_v), yaitu kelompok nyamuk yang telah terinfeksi virus dan dapat menularkan ke manusia.

Model epidemik DBD dengan isolasi dapat disajikan dalam diagram kompartemen sebagai berikut :



Gambar 1. Diagram Kompartemen Penyebaran DBD dengan Isolasi

Berdasarkan Gambar 1 maka dapat diperoleh model epidemik DBD dengan isolasi berupa sistem persamaan diferensial non linier orde satu, yaitu sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_H}{dt} &= \delta - \frac{\alpha b}{V} S_H I_V - \mu S_H + \sigma R_H \\
 \frac{dI_H}{dt} &= \frac{\alpha b}{V} S_H I_V - (\gamma + \mu + \phi + e) I_H \\
 \frac{dL_H}{dt} &= e I_H - (f + \mu + \phi) L_H \\
 \frac{dR_H}{dt} &= \gamma I_H + f L_H - (\mu + \sigma) R_H \\
 \frac{dS_V}{dt} &= \rho - \frac{\beta b}{N} S_V I_H - \theta S_V \\
 \frac{dI_V}{dt} &= \frac{\beta b}{N} S_V I_H - \theta I_V
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

dengan :

- δ = tingkat penambahan manusia rentan terinfeksi,
- α = peluang sukses penyebaran DBD dari nyamuk terinfeksi ke manusia rentan terinfeksi,
- b = tingkat gigitan seekor nyamuk,
- e = tingkat isolasi manusia terinfeksi,

- f = tingkat kesembuhan manusia setelah diisolasi,
- μ = tingkat kematian alami manusia,
- ϕ = tingkat kematian manusia karena terinfeksi,
- γ = tingkat kesembuhan manusia yang terinfeksi,
- σ = tingkat kesembuhan manusia yang dapat terinfeksi kembali,
- N = total populasi manusia,
- ρ = tingkat pertambahan nyamuk rentan terinfeksi,
- β = peluang sukses penyebaran DBD dari manusia terinfeksi ke nyamuk rentan terinfeksi,
- θ = tingkat kematian nyamuk,
- V = total populasi nyamuk.

Titik Keseimbangan Model Epidemik DBD Isolasi

Berdasarkan sistem dapat dicari solusi untuk persamaan tersebut sehingga diperoleh dua buah solusi konstan, yaitu titik keseimbangan bebas penyakit dan titik keseimbangan endemik. Apabila $I_H=L_H=R_H=I_V=0$ maka diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$U_1 = (S_H^*, I_H^*, L_H^*, R_H^*, S_V^*, I_V^*) \quad (2)$$

Angka Rasio Reproduksi Dasar (*Basic Reproduction Ratio Number*)

Penurunan angka rasio reproduksi dasar (*basic reproduction ratio number*) (R_0) model epidemik penyakit DBD dihitung dengan menggunakan metode pendekatan operator generasi selanjutnya. Untuk memudahkan dalam penggunaan metode tersebut maka dilakukan pengelompokkan, yaitu :

$$A = (S_H, R_H, S_V) \text{ dan } B = (I_H, I_V). \quad (3)$$

Tahapan-tahapan penurunan R_0 berdasarkan metode pendekatan operator generasi selanjutnya, yaitu

a) Misalkan $U_0 = (S_H, 0, S_V, 0, 0)$ adalah titik keseimbangan bebas penyakit, maka titik

kesetimbangan bebas penyakit dari sistem (1) adalah $U_0 = (S_H, 0, S_V, 0, 0) = (\frac{\delta}{\mu}, 0, \frac{\rho}{\theta}, 0, 0)$.

b) Karena terdapat dua kelompok individu terinfeksi, maka diperoleh fungsi

$$k_{I_H}(A, B) = k_{I_H}(S_H, R_H, S_V, I_H, I_V) = k_{I_H}\left(\frac{\delta}{\mu}, 0, \frac{\rho}{\theta}, I_H, I_V\right) = \frac{\alpha b}{V} S_H I_V - (\gamma + \mu + \phi) I_H,$$

$$k_{I_V}(A, B) = k_{I_V}(S_H, R_H, S_V, I_H, I_V) = k_{I_V}\left(\frac{\delta}{\mu}, 0, \frac{\rho}{\theta}, I_H, I_V\right) = \frac{\beta b}{N} S_V I_H - \theta I_V.$$

c) Matriks Jacobi untuk titik kesetimbangan bebas penyakit

$$J = \frac{\partial k}{\partial B}(S_H, 0, S_V, 0, 0)$$

$$= \begin{pmatrix} -(\gamma + \mu + \phi) & \frac{\alpha b \delta}{\mu V} \\ \frac{\beta b \rho}{\theta N} & -\theta \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya, matriks J dapat dituliskan dalam bentuk $J = M - D$, yaitu

$$J = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\alpha b \delta}{\mu V} \\ \frac{\beta b \rho}{\theta N} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \gamma + \mu + \phi & 0 \\ 0 & \theta \end{pmatrix},$$

dan nilai eigen dari matriks (MD^{-1})

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\alpha \beta b^2 \delta \rho}{\mu \theta^2 V N (\gamma + \mu + \phi)}}.$$

Berdasarkan nilai eigen dari matriks MD^{-1} , maka diperoleh radius spektral dari matriks MD^{-1} , yaitu

$$R_0 = \rho(MD^{-1}) = \max_{i=1,2} \{ |\lambda_i| \}$$

$$= \max \left\{ \left| -\sqrt{\frac{\alpha \beta b^2 \delta \rho}{\mu \theta^2 V N (\gamma + \mu + \phi)}} \right|, \left| \sqrt{\frac{\alpha \beta b^2 \delta \rho}{\mu \theta^2 V N (\gamma + \mu + \phi)}} \right| \right\}$$

$$= \sqrt{\frac{\alpha \beta b^2 \delta \rho}{\mu \theta^2 V N (\gamma + \mu + \phi)}}. \tag{4}$$

Jika nilai $\alpha \beta b^2 \delta \rho$ semakin besar dan nilai $\mu \theta^2 V N (\gamma + \mu + \phi)$ semakin kecil, atau dengan kata lain semakin besar tingkat penyebaran DBD dan semakin kecil tingkat kematian alami manusia, tingkat kematian alami nyamuk, tingkat kesembuhan, serta

tingkat kematian karena penyakit, maka nilai R_0 akan semakin lebih besar dari satu ($R_0 > 1$). Hal ini berarti semakin besar kemungkinan terjadi epidemi penyakit. Sebaliknya, jika nilai $\alpha\beta b^2 \delta \rho$ semakin kecil dan nilai $\mu\theta^2 VN(\gamma + \mu + \phi)$ semakin besar, atau dengan kata lain semakin kecil tingkat penyebaran DBD dan semakin besar tingkat kematian alami manusia, tingkat kematian alami nyamuk, tingkat kesembuhan, serta tingkat kematian karena penyakit, maka nilai R_0 akan semakin kurang dari satu ($R_0 < 1$). Hal ini berarti semakin kecil kemungkinan terjadi epidemi penyakit atau tidak terjadi epidemi.

Angka Reproduksi Kontrol (*Control Reproduction Number*)

Penurunan angka reproduksi kontrol (*control reproduction number*) (R_c) model epidemik penyakit DBD dengan isolasi dihitung dengan menggunakan metode pendekatan operator generasi selanjutnya. Untuk memudahkan dalam penggunaan metode tersebut maka dilakukan pengelompokkan, yaitu :

$$G = (S_H, R_H, S_V) \text{ dan } H = (I_H, L_H, I_V).$$

Dengan menggunakan penurunan yang sama seperti pada penurunan R_0 diperoleh :

$$\begin{aligned} R_c &= \rho(MD^{-1}) = \text{maks}\{|\lambda_i|\} \\ &= \text{maks}\left\{ \left| -\sqrt{\frac{\alpha\beta b^2 \delta \rho}{\mu\theta^2 VN(\gamma + \mu + \phi + e)}} \right|, \left| \sqrt{\frac{\alpha\beta b^2 \delta \rho}{\mu\theta^2 VN(\gamma + \mu + \phi + e)}} \right|, |0| \right\} \\ &= \sqrt{\frac{\alpha\beta b^2 \delta \rho}{\mu\theta^2 VN(\gamma + \mu + \phi + e)}} \end{aligned}$$

Jika nilai $\alpha\beta b^2 \delta \rho$ semakin besar dan nilai $\mu\theta^2 VN(\gamma + \mu + \phi + e)$ semakin kecil, atau dengan kata lain semakin besar tingkat terjadinya penyebaran DBD dan semakin kecil tingkat kematian alami manusia, tingkat kematian alami nyamuk, tingkat kesembuhan, tingkat kematian karena penyakit, serta tingkat isolasi manusia maka nilai R_c akan semakin lebih besar dari satu ($R_c > 1$). Apabila nilai $R_0 > R_c > 1$, hal ini berarti isolasi mempunyai pengaruh memperkecil terjadinya epidemi penyakit. Jika nilai $\alpha\beta b^2 \delta \rho$ semakin kecil dan nilai $\mu\theta^2 VN(\gamma + \mu + \phi + e)$ semakin besar, atau dengan kata lain semakin kecil tingkat penyebaran DBD dan semakin besar tingkat kematian alami manusia, tingkat kematian

alami nyamuk, tingkat kesembuhan, tingkat kematian karena penyakit, serta tingkat isolasi manusia maka nilai R_c akan semakin kurang dari satu ($R_c < 1$). Apabila nilai $R_c < R_0 < 1$, hal ini berarti semakin memperkecil kemungkinan terjadi epidemi penyakit karena adanya pengaruh isolasi.

Perilaku Model di Sekitar Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Titik kesetimbangan bebas penyakit dari sistem persamaan (1) adalah sebagai berikut

$$W_0 = (S_H, 0, 0, 0, I_V, 0) = \left(\frac{\delta}{\mu}, 0, 0, 0, \frac{\rho}{\theta}, 0\right)$$

sehingga matriks Jacobian yang diperoleh di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit adalah

$$J = \frac{\partial F}{\partial x} \left(\frac{\delta}{\mu}, 0, 0, 0, \frac{\rho}{\theta}, 0 \right) = \begin{pmatrix} -\mu & 0 & 0 & \sigma & 0 & -\frac{\alpha b \delta}{\mu V} \\ 0 & -(\gamma + \mu + \phi + e) & 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha b \delta}{\mu V} \\ 0 & e & -(f + \mu + \phi) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & f & -(\mu + \sigma) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\beta b \rho}{\theta N} & 0 & 0 & -\theta & 0 \\ 0 & \frac{\beta b \rho}{\theta N} & 0 & 0 & -\theta & -\theta \end{pmatrix}$$

Persamaan karakteristik dari matriks Jacobi tersebut adalah

$$\left| J \left(\frac{\delta}{\mu}, 0, 0, 0, \frac{\rho}{\theta}, 0 \right) - \lambda I \right| = 0$$

$$\Leftrightarrow (-\mu - \lambda)(f + \mu + \phi + \lambda)(\sigma + \mu + \lambda)(a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0) = 0 \quad (5)$$

dengan

$$a_3 = 1$$

$$a_2 = (\phi + \gamma + \mu + e + 2\theta)$$

$$a_1 = \left((\phi + \theta + 2\gamma + 2\mu + 2e)\theta - \frac{\alpha \beta \delta \rho b^2}{\mu \theta V N} \right)$$

$$a_0 = \left((\phi + \gamma + \mu + e)\theta^2 - \frac{2\alpha \beta \delta \rho b^2}{\mu V N} \right)$$

Nilai eigen dari persamaan (5) adalah $\lambda_1 = -\mu, \lambda_2 = -(f + \mu + \phi), \lambda_3 = -(\sigma + \mu)$ dan $\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$ yang merupakan akar-akar persamaan karakteristik $a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$.

Berdasarkan syarat pertama dan kedua Routh-Hurwitz, diperoleh:

1. Titik kesetimbangan bebas penyakit sistem (1) stabil asimtotis jika

$$(\phi + \theta + 2\gamma + 2\mu + 2e)\theta > \frac{\alpha\beta\delta\rho b^2}{\mu\theta VN} \quad (6)$$

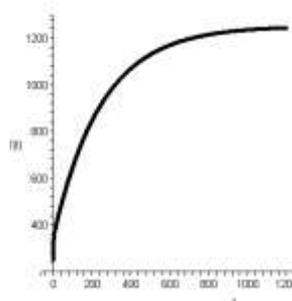
2. Titik kesetimbangan bebas penyakit sistem (1) tidak stabil jika

$$(\phi + \theta + 2\gamma + 2\mu + 2e)\theta < \frac{\alpha\beta\delta\rho b^2}{\mu\theta VN} \quad (7)$$

Hasil Simulasi pada Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

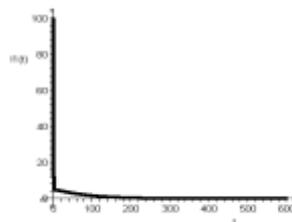
Hasil simulasi untuk titik kesetimbangan bebas penyakit yang diperoleh dengan menggunakan nilai parameter tersebut serta nilai awal $S_H(0) = 250, I_H(0) = 100, R_H(0) = 10, S_V(0) = 300,$ dan $I_V(0) = 200$ disajikan pada Gambar 2, 3, 4, 5, 6, berikut :

1. $S_H(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit



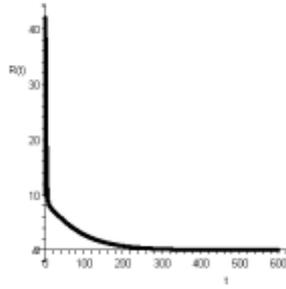
Gambar 2. Grafik $S_H(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

2. $I_H(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit



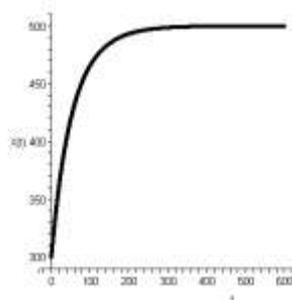
Gambar 3. Grafik $I_H(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

3. $R_H(t)$ terhadap t untuk Titik Keseimbangan Bebas Penyakit



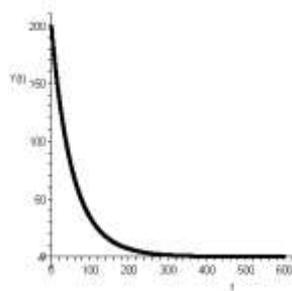
Gambar 4. Grafik $R_H(t)$ terhadap t untuk Titik Keseimbangan Bebas Penyakit

4. $S_V(t)$ terhadap t untuk Titik Keseimbangan Bebas Penyakit



Gambar 5. Grafik $S_V(t)$ terhadap t untuk Titik Keseimbangan Bebas Penyakit

5. $I_V(t)$ terhadap t untuk Titik Keseimbangan Bebas Penyakit

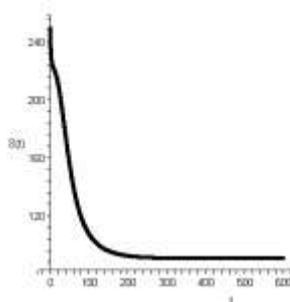


Gambar 6. Grafik $I_V(t)$ terhadap t untuk Titik Keseimbangan Bebas Penyakit

Hasil Simulasi pada Titik Keseimbangan Endemik

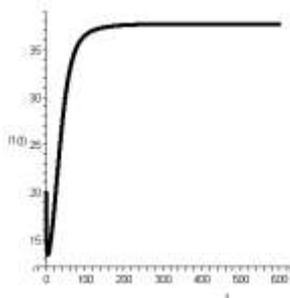
Hasil simulasi untuk titik keseimbangan endemik yang diperoleh dengan menggunakan nilai parameter pada sub bab 5.7, serta nilai awal $S_H(0) = 250$, $I_H(0) = 10$, $R_H(0) = 0$, $S_V(0) = 300$ dan $I_V(0) = 100$ disajikan pada Gambar 7, 8, 9, 10, 11 berikut :

1. $S_H(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Endemik



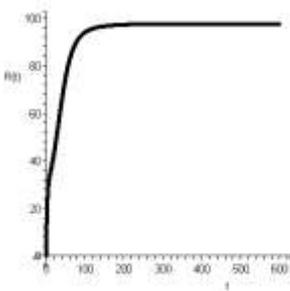
Gambar 7. Grafik $S_H(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Endemik

2. $I_H(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Endemik



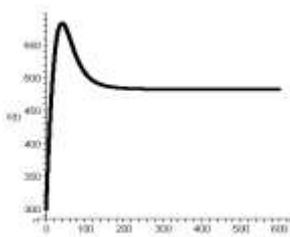
Gambar 8. Grafik $I_H(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Endemik

3. $R_H(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Endemik



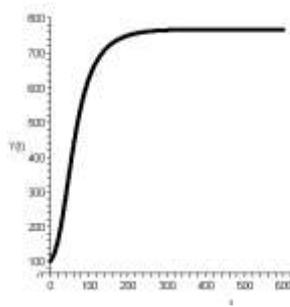
Gambar 9. Grafik $R_H(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Endemik

4. $S_V(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Endemik



Gambar 10. Grafik $S_V(t)$ terhadap t untuk Titik Kesetimbangan Endemik

5. $I_v(t)$ terhadap t untuk Titik Keseimbangan Endemik



Gambar 11. Grafik $I_v(t)$ terhadap t untuk Titik Keseimbangan Endemik

PENUTUP

Penyebaran penyakit DBD dapat dibentuk menjadi sebuah model epidemi dengan memperhatikan dua populasi yaitu populasi manusia dan populasi nyamuk. Model tersebut dikembangkan dengan menambahkan sub populasi manusia yang terisolasi. Model yang diperoleh dapat digunakan untuk memprediksi penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* pada kurun waktu tertentu. Angka rasio reproduksi dasar/*basic reproduction ratio number* (R_0) yang diperoleh adalah $R_0 = \sqrt{\frac{\alpha\beta b^2 \delta \rho}{\mu\theta^2 VN(\gamma + \mu + \phi)}}$. Jika semakin besar tingkat

penyebaran DBD dan semakin kecil tingkat kematian alami manusia, tingkat kematian alami nyamuk, tingkat kesembuhan, serta tingkat kematian karena penyakit, maka nilai $R_0 > 1$ atau terjadi epidemi penyakit. Sebaliknya, jika semakin kecil tingkat penyebaran DBD dan semakin besar tingkat kematian alami manusia, tingkat kematian alami nyamuk, tingkat kesembuhan, serta tingkat kematian karena penyakit, maka nilai $R_0 < 1$ atau tidak terjadi epidemi. Angka reproduksi kontrol/*control reproduction number* (R_c) yang

diperoleh adalah $R_c = \sqrt{\frac{\alpha\beta b^2 \delta \rho}{\mu\theta^2 VN(\gamma + \mu + \phi + e)}}$. Jika semakin besar tingkat penyebaran

DBD dan semakin kecil tingkat kematian alami manusia, tingkat kematian alami nyamuk, tingkat kesembuhan, tingkat kematian karena penyakit, serta tingkat isolasi manusia maka nilai $R_c > 1$. Apabila nilai $R_0 > R_c > 1$, hal ini berarti isolasi mempunyai pengaruh memperkecil terjadinya epidemi penyakit. Jika semakin kecil tingkat penyebaran DBD dan semakin besar tingkat kematian alami manusia, tingkat kematian alami nyamuk, tingkat kesembuhan, tingkat kematian karena penyakit, serta tingkat isolasi manusia maka nilai

$R_c < 1$. Apabila nilai $R_c < R_0 < 1$, hal ini berarti semakin memperkecil kemungkinan terjadi epidemi penyakit karena adanya pengaruh isolasi.

UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat (DRPM) Ristekdikti, yang telah mendanai penelitian ini melalui skema Penelitian Dosen Pemula (PDP) tahun anggaran 2018.

DAFTAR PUSTAKA

- Agusto, F.B., M. Nizar, dan K.O. Okosun. 2012. Application of Optimal Control to the Epidemiology of Malaria. *Electronic Journal of Differential Equations*, 81:2012, 1-22.
- Brauer, F. 2001. *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. Chapter 2. New York.
- Edward, C. H, and Penney, D. E. 2000. *Elementary Differential Equation with Boundary Value Problems*. Fourth Edition. Prentice Hall, Inc, USA
- Kemenkes. 2017. *Demam Berdarah Dengue (DBD)*. <http://www.depkes.go.id/development/site/depkes/index.php?cid=1-17042500004&id=demam-berdarah-dengue-dbd-.html>.
- Kong, Q., Z. Qiu, Z. Sang, dan Y. Zou. 2011. Optimal Control of a Vector-Host Epidemics Model. *Mathematical Control and Related Fields*, 4:1, 493-508.
- L. Cai and X. Li. 2010. Analysis of a Simple Vector-Host Epidemic Model with Direct Transmission, *Discrete Dynamical in Nature and Society*, Article ID 679613, doi:10.1155/2010/679613.
- Mahmudah, D.E., Suryanto, A., dan Trisilowati. 2013. *Optimal Control of a Vector-Host Epidemic Model with Direct Transmission*, *Applied Mathematical Sciences*, **7:99** (2013), 4919-4927.
- Mahmudah, D.E., Naf'an, M.Z., Sofi'i, M., dan Purbasari, W. 2017. *Kontrol Optimal Model Penyebaran Virus Komputer dengan Pengaruh Komputer Eksternal yang Terinfeksi dan Removable Storage Media*, *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika (JMP)*, **9:1**, 113-124.

Wahana Matematika dan Sains : Jurnal Matematika, Sains, dan Pembelajarannya, Vol 12 No 2, Oktober 2018

- Ozair, M., A.A. Lashari, I.H. Jung, dan K.O. Okosun. 2012. Stability Analysis and Optimal Control of a Vector-Borne Disease with Nonlinear Incidence. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2012:2012, Article ID 595487, doi:10.1155/2012/595487.
- Rodrigues, H.S., M.T.T. Monteiro, dan D.F.M. Torres. 2012. Modeling and Optimal Control Applied to a Vector Borne Disease. *Proceeding of the 12th International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering, CMMSE 2012,III:2012*, 1063-1070.
- Soewono, E. and A.K. Supriatna. 2001. A Two-dimensional Model for Transmission of Dengue Fever Disease. *Jurnal Ilmiah Matematika*. 24(1): 49-57.
- WHO. 2014. *Dengue and Severe Dengue from World Health Organization* : <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs117/en/>.