

## Desain Pembelajaran Aturan Sinus dan Cosinus dengan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia

Putu Suri Nadiana<sup>1,\*</sup>, I Wayan Puja Astawa<sup>2</sup>, I Gusti Putu Suharta<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Program Studi SIPendidikan Matematika, Universitas Pendidikan Ganesha, Singaraja

<sup>2</sup>Program Studi SIPendidikan Matematika, Universitas Pendidikan Ganesha, Singaraja

<sup>3</sup>Program Studi SIPendidikan Matematika, Universitas Pendidikan Ganesha, Singaraja

\*Corresponding author: putusurinadiana@gmail.com

---

### Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan aktivitas dan strategi siswa dalam proses pembelajaran aturan sinus dan cosinus dengan menggunakan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). Pembelajaran ini menggunakan segitiga sebagai titik awal pembelajaran. Subjek penelitian ini adalah 6 orang siswa kelas X MIA 1, 36 orang siswa kelas X MIA 3, dan 36 siswa kelas X MIA 2 SMA Negeri 1 Seririt. Jenis penelitian ini adalah penelitian desain yang terdiri atas 3 tahapan, yaitu *preliminary design*, *design experiment* (*pilot experiment* dan *teaching experiment*), dan *retrospective analysis*. Data dikumpulkan dengan menggunakan tes, Lembar Aktivitas Siswa (LAS), observasi kegiatan pembelajaran, wawancara, rekaman video, dan foto kegiatan pembelajaran. Hasil penelitian ini adalah perubahan dari *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) ke *Learning Trajectory* (LT) dalam merumuskan aturan sinus dan cosinus dengan pendekatan PMRI.

**Kata-kata kunci:** *aturan sinus dan cosinus, segitiga, PMRI, HLT, LT*

### Abstract

*The purpose of this study is describing student's activities and strategies in learning process about the rule of sines and cosines using Indonesian Realistic Mathematic Education learning (PMRI). This learning activities use triangle as starting point of the learning. The subjects of this study were 6 students of X MIA 1, 36 students of X MIA 3, and 36 students of X MIA 2 SMA Negeri 1 Seririt. This type of study is design research that consists of there stages, they are preliminary design, design experiment (pilot experiment and teaching experiment), and retrospective analysis. Data collected by using test, students worksheet, observation of learning activities, interviews, videos, and documentation of learning activities. The result of this study is the changing of Hypothetical Learning Trajectory (HLT) to Learning Trajectory (LT) in formulating the rule of sines and cosines through PMRI learning.*

**Keywords:** *rule of sines and cosines, triangle, PMRI, HLT, LT*

---

### PENDAHULUAN

Pembelajaran merupakan proses interaksi peserta didik dengan pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar. Sesuai yang tercantum pada Permendikbud Nomor 22 tahun 2016 tentang Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah bahwa “Proses Pembelajaran pada satuan pendidikan diselenggarakan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik”. Berdasarkan hal tersebut, proses pembelajaran harus dikemas sedemikian rupa untuk menciptakan proses

pembelajaran yang bermakna bagi siswa agar siswa dapat mengembangkan potensi yang dimilikinya. Prahmana (2016) menerangkan bahwa setiap tenaga pengajar harus mampu berinovasi dalam proses belajar mengajar, sehingga pembelajaran yang dihasilkan sesuai dengan perkembangan dunia pendidikan. Inovasi-inovasi yang dilahirkan ini akan mengarahkan pada peningkatan mutu pendidikan. Oleh karena itu, tenaga pengajar yaitu guru haruslah mampu menciptakan inovasi-inovasi baru dalam proses pembelajaran agar mampu memenuhi tuntutan untuk meningkatkan mutu pendidikan, khususnya inovasi dalam mata pelajaran matematika.

Sesuai dengan kompetensinya menurut UU Nomor 14 tahun 2005 tentang Guru dan Dosen, seorang guru dituntut untuk menguasai materi, memiliki kepribadian yang baik, keterampilan sosial dan kemampuan untuk membelajarkan siswa. Selain itu guru juga harus mampu memahami karakteristik materi, kondisi siswa, dan metode pembelajaran, terutama berkaitan dengan pemilihan pendekatan-pendekatan pembelajaran yang sesuai. Termasuk dalam hal ini merancang pembelajaran matematika sesuai dengan pendekatan yang dipilih. Proses pembelajaran tersebut harus dikemas dengan baik agar siswa dapat mencapai hasil belajar matematika yang baik dalam pembelajaran matematika. Akan tetapi pada kenyataannya, banyak siswa yang mengeluh untuk mempelajari matematika karena siswa umumnya menganggap matematika merupakan mata pelajaran yang sulit. Hal ini selaras dengan pernyataan Restati (2017) bahwa matematika merupakan pelajaran yang sampai saat ini oleh para siswa masih dianggap sulit.

Trigonometri merupakan salah satu materi pada mata pelajaran matematika yang diberikan di jenjang SMP dan SMA. Materi dalam trigonometri bersifat abstrak dan sulit untuk dipahami oleh siswa. Hal ini sesuai dengan pendapat Orhun (dalam Gur, 2009) yang menyatakan bahwa siswa tidak mengembangkan konsep trigonometri namun siswa hanya menghafal rumus-rumus yang ada sehingga konsep trigonometri hanya ingat pada waktu sesaat tidak untuk pada waktu yang panjang. Hal ini menyebabkan seringkali siswa lupa dengan materi trigonometri dan kemungkinan untuk membuat kesalahan semakin besar.

Salah satu sub materi pada trigonometri adalah aturan sinus dan cosinus. Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh Putri (2016) mengenai analisis kesalahan siswa SMA Kristen Satya Wacana menunjukkan bahwa siswa paling banyak melakukan kesalahan tipe IV yaitu kesalahan dalam memilih metode atau aturan dan kesalahan dalam perhitungan. Selain itu, juga diperoleh bahwa trigonometri merupakan salah satu materi yang sulit dipahami

siswa SMA Kristen Satya Wacana sehingga banyak siswa yang mengalami kesalahan. Oleh karena itu, perlu dilakukan usaha untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika, khususnya pada materi trigonometri.

Salah satu usaha yang dapat dilakukan yaitu membelajarkan matematika menggunakan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). Pendekatan PMRI merupakan pendekatan pembelajaran yang lebih menekankan pada penggunaan konteks yang realistik di dalam proses pembelajaran (Wijaya, 2012). Konteks ini dijadikan titik awal untuk memulai proses pembelajaran dan berperan penting untuk membantu siswa dalam belajar. Konteks yang dimaksud tidak sekadar menunjukkan adanya keterkaitan dengan dunia nyata, tetapi lebih kepada fokus dari Pendidikan Matematika Realistik dalam menempatkan penggunaan suatu situasi yang dapat dibayangkan oleh siswa. Penggunaan konteks yang realistik dalam proses pembelajaran akan membantu siswa untuk mengkonstruksi sendiri konsep matematikanya.

Beberapa penelitian telah dilakukan untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). Salah satunya adalah penelitian Yanti (2016) yang berjudul Desain Pembelajaran Peluang Dengan Pendekatan PMRI Menggunakan Kupon Undian Untuk Siswa Kelas VII. Hasil yang diperoleh dari penelitian tersebut adalah lintasan belajar (*Learning Trajectory*) siswa yang memuat serangkaian proses pembelajaran dalam dua aktivitas yaitu memahami konsep ruang sampel dan titik sampel serta peluang suatu kejadian.

Berdasarkan pemaparan tersebut, peningkatan kualitas pembelajaran matematika khususnya materi trigonometri dapat dilakukan dengan menerapkan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) dalam proses pembelajaran. Termasuk di dalamnya sub materi aturan sinus dan cosinus dapat dibelajarkan dengan pendekatan PMRI. Oleh karena itu, akan didesain suatu pembelajaran dengan pendekatan PMRI untuk sub materi aturan sinus dan cosinus, sehingga rumusan masalah dari penelitian ini adalah “bagaimana lintasan belajar dalam materi aturan sinus dan cosinus dengan menggunakan pendekatan PMRI untuk kelas X SMA Negeri 1 Seririt?”.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui bagaimana lintasan belajar dalam materi aturan sinus dan cosinus dengan menggunakan pendekatan PMRI untuk kelas X SMA Negeri 1 Seririt, serta untuk mengetahui perubahan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT)

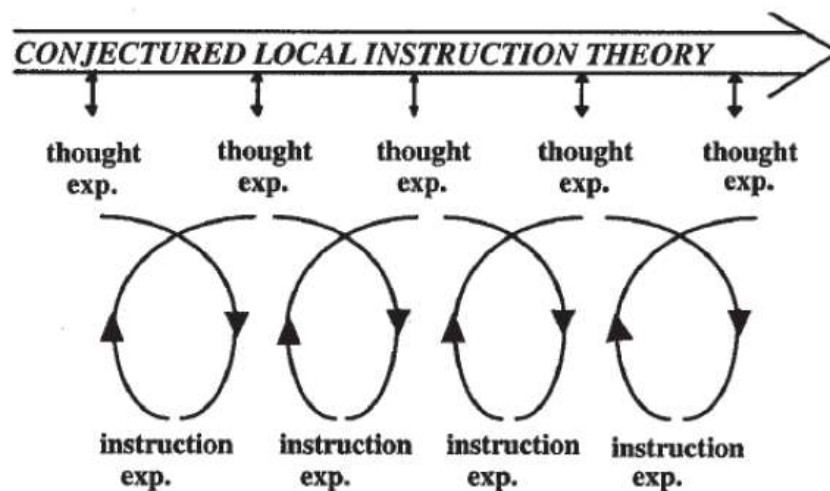
yang disusun ke *Learning Trajectory* (LT) siswa kelas X SMA Negeri 1 Seririt dalam merumuskan aturan sinus dan cosinus.

## **METODE**

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian desain (*design research*) yaitu mendesain pembelajaran aturan sinus dan cosinus. Desain pembelajaran yang dimaksud dalam penelitian ini adalah lintasan pembelajaran yang terdiri atas dua pertemuan yang bertujuan untuk menanamkan konsep aturan sinus dan cosinus. Desain ini disusun berdasarkan prinsip pendekatan PMRI dengan segitiga sebagai titik awal pembelajaran dan dituangkan dalam bentuk *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) yang diujicoba pada saat implementasi lapangan dan dianalisis secara kualitatif pada tahap analisis retrospektif. HLT merupakan hipotesis yang digunakan pada penelitian desain. Gravemeijer (2004) menyatakan bahwa HLT terdiri dari 3 (tiga) komponen utama, yaitu (1) tujuan pembelajaran bagi siswa, (2) aktivitas pembelajaran dan perangkat atau media yang digunakan dalam proses pembelajaran, dan (3) konjektur (dugaan/antisipasi) proses pembelajaran tentang bagaimana mengetahui pemahaman dan strategi siswa yang muncul dan berkembang ketika aktivitas pembelajaran dilakukan di kelas.

Penelitian ini dilakukan di SMA Negeri 1 Seririt dari tanggal 11 April 2019 – 16 Mei 2019 dengan melibatkan 6 orang siswa kelas X MIA 1 untuk siklus I, 36 orang siswa kelas X MIA 3 untuk siklus II, 36 orang siswa kelas X MIA 2 untuk siklus III dan seorang guru mata pelajaran matematika yang mengajar di kelas tersebut.

Pada pelaksanaan penelitian ini merupakan suatu proses siklik dari perobaan pemikiran dan pengajaran. Proses siklik (berulang) yang dimaksudkan adalah dari percobaan pemikiran (*thought experiment*) menuju percobaan pengajaran (*teaching experiment*). Ilustrasi proses siklik tersebut dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Hubungan Refleksif antara Teori dan Percobaan  
(Sumber : Gravemeijer & Cobb, 2006)

Adapun tahapan penelitian yang dilakukan yaitu :

(1) *Preliminary Design*

Pada tahap ini peneliti mempelajari beberapa literatur mengenai materi pembelajaran yaitu aturan sinus dan cosinus, pendekatan PMRI, kurikulum 2013, dan *design research* sebagai dasar perumusan dugaan strategi awal siswa dalam pembelajaran aturan sinus dan cosinus. Selanjutnya akan didesain *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) dan perangkat pembelajaran berupa RPP dan lembar aktivitas siswa (LAS). Kegiatan yang juga dilakukan pada tahap ini adalah melakukan pengujian validitas dan reliabilitas dari perangkat pembelajaran yang digunakan berupa RPP, LAS, dan soal *post-test* yang akan diberikan untuk siswa kepada ahli. Menganalisis hasil pengujian ahli ini dilakukan dengan mempertimbangkan saran-saran yang diberikan untuk memperbaiki instrumen yang disusun.

(2) *Design Experiment*

Pada tahap ini, peneliti mengujicobakan kegiatan pembelajaran yang telah didesain pada tahap pertama. HLT yang disusun berfungsi sebagai pembimbing untuk guru dan peneliti mengenai apa yang akan difokuskan pada saat melaksanakan penelitian. Tahapan percobaan desain ini dibagi menjadi dua tahapan yaitu tahap *preliminary teaching experiment* (*pilot experiment*) dan tahap *teaching experiment*.

Pada tahap *pilot experiment* ini, HLT yang telah didesain atau dirancang diujicobakan kepada 6 orang siswa guna mengumpulkan data dalam menyesuaikan dan merevisi HLT awal sebelum digunakan pada tahap *teaching experiment* nantinya. Siswa yang dilibatkan dalam *pilot experiment* ini dipilih oleh guru model dengan melihat hasil UAS siswa semester ganjil tahun ajaran 2018/2019. Peneliti pada tahap *pilot experiment* ini berperan sebagai guru.

Pada *teaching experiment*, HLT yang telah diujicobakan pada *pilot experiment* dan telah diperbaiki diujicobakan kembali pada kelas yang merupakan subjek penelitian. Guru matematika bertindak sebagai guru model (pengajar) dan peneliti bertindak sebagai observer yang melakukan observasi terhadap aktivitas pembelajaran dan komunikasi matematika siswa yang terjadi di kelas. HLT dapat berubah selama *teaching experiment*.

Pada akhir siklus pembelajaran siswa diberikan *post-test* berupa 5 butir soal uraian mengenai aturan sinus dan cosinus untuk dikerjakan secara individu selama 90 menit. Hasil *post-test* digunakan untuk merefleksikan atau mengamati perkembangan pola pikir siswa terhadap masalah setipe yang digunakan selama pembelajaran. Hasil *post-test* dianalisis secara kualitatif, untuk dapat menjelaskan bagaimana suatu desain pembelajaran dapat digunakan untuk mendukung perkembangan kemampuan siswa dalam menjawab permasalahan matematika sekaligus mendukung dalam meningkatkan hasil belajar siswa.

### (3) *Retrospective Analysis*

Pada tahap *restrospective analysis* ini peneliti melakukan refleksi terhadap pembelajaran yang telah dilaksanakan dan mengelaborasi data yang diperoleh pada saat penelitian dari berbagai sumber dan melihat kecenderungan dari berbagai data tersebut. Pada tahap proses pembelajaran dan lembar kerja siswa secara berkelompok dianalisis dengan dibandingkan dengan HLT yang telah didesain.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

Pada bagian metode penelitian telah dijelaskan bahwa lintasan pembelajaran yang disusun, dideskripsikan ke dalam perangkat pembelajaran berupa RPP dan LAS serta instrumen *post-test*. Selanjutnya perangkat pembelajaran diuji validitas dan reliabilitas isinya oleh dua orang dosen di lingkungan Program Studi S1 Pendidikan Matematika Undiksha. Hasil analisis ini digunakan untuk merevisi HLT serta perangkat pembelajaran sebelum digunakan pada implementasi lapangan. Hasil validasi diperoleh bahwa perangkat pembelajaran dinyatakan valid untuk melaksanakan penelitian lebih lanjut. Selain itu, dari

catatan ahli diberikan dinyatakan bahwa RPP, LAS, dan *post-test* layak digunakan dengan revisi dan dengan mempertimbangkan saran-saran ahli. Hasil yang diperoleh dari penilaian kedua ahli untuk RPP, LAS, dan *post-test* untuk reliabilitas dinyatakan akurat dan bukan hasil yang diperoleh karena unsur ketidaksengajaan.

Proses pembelajaran aturan sinus dan cosinus diberikan selama dua kali pertemuan setiap siklusnya. Sebelum diberikan pembelajaran aturan sinus dan cosinus, nilai UAS semester ganjil terlebih dahulu dianalisis untuk memperoleh data berapa siswa yang tuntas dan tidak tuntas untuk kelas yang digunakan sebagai subjek penelitian. Di akhir siklus akan diberikan *post-test* guna mengetahui pemahaman konsep siswa dan untuk memperoleh data berapa siswa yang tuntas dan tidak tuntas. Adapun kegiatan yang dilaksanakan selama dua kali pertemuan adalah sebagai berikut.

### **Pembelajaran I**

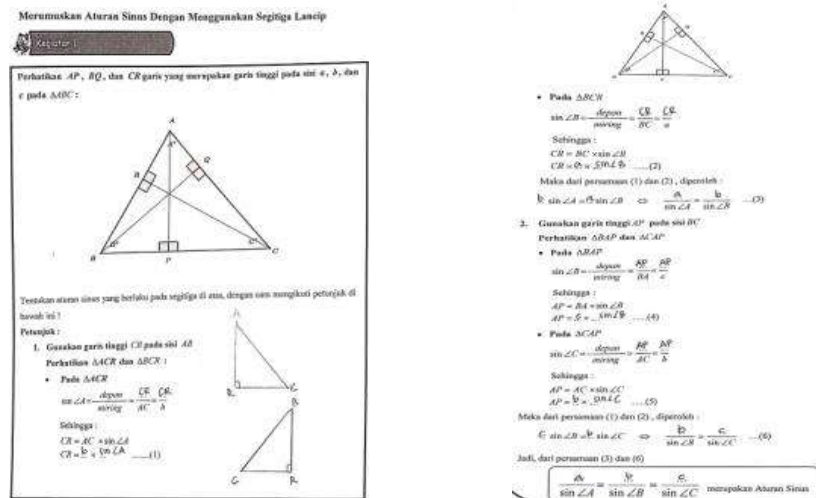
Pembelajaran pada pertemuan pertama akan mengarahkan siswa untuk mampu menemukan konsep aturan sinus dan pengaplikasiannya dalam permasalahan di kehidupan sehari-hari. Di awal pembelajaran guru memberikan apersepsi untuk mengingatkan siswa pada materi prasyarat yang harus dipahami dengan baik yaitu mengenai garis tinggi pada segitiga, perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku, dan mengingatkan siswa tentang penamaan sisi dan titik sudut. Setelah siswa mengingat kembali tentang materi sebelumnya, guru kemudian mengarahkan siswa untuk mengerjakan LAS yang terdiri dari 3 kegiatan.

#### **Kegiatan 1 : Merumuskan Aturan Sinus pada Segitiga Lancip**

Melalui kegiatan 1 ini guru meminta siswa menentukan aturan sinus pada segitiga lancip, dan mengarahkan siswa bahwa setiap garis tinggi yang terdapat pada suatu segitiga (sembarang) dapat digunakan untuk menentukan hubungan perbandingan dua atau tiga segitiga yang sebangun.

#### **Hasil Kegiatan 1:**

Hasil kegiatan 1 disajikan pada Gambar 2. Berdasarkan gambar tersebut, terlihat bahwa siswa mampu merumuskan aturan sinus pada segitiga lancip dengan menggunakan pengetahuan awal mereka.



Gambar 2. Hasil Rumusan Siswa dalam Menentukan Aturan Sinus pada Segitiga Lancip

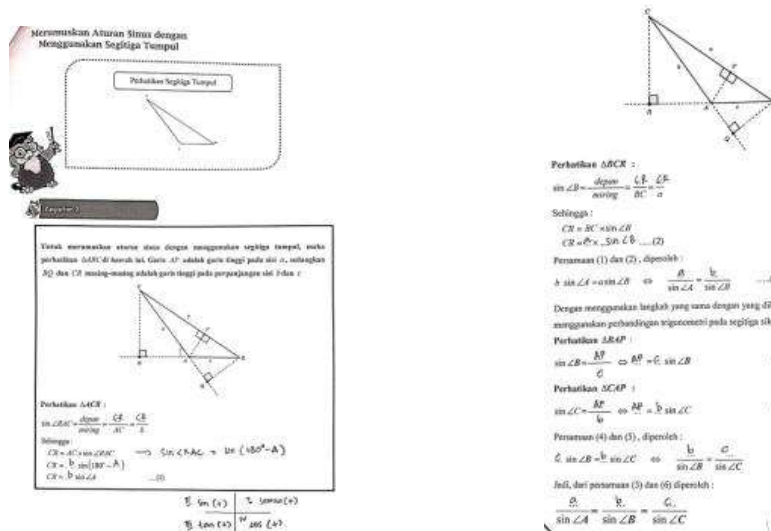
**Kegiatan 2 : Merumuskan Aturan Sinus pada Segitiga Tumpul**

Melalui kegiatan 2 ini, guru mengarahkan siswa untuk menentukan aturan sinus pada segitiga tumpul.

**Hasil Kegiatan 2 :**

Hasil kegiatan 2 disajikan pada Gambar 3. Berdasarkan gambar tersebut, terlihat bahwa siswa mampu merumuskan aturan sinus pada segitiga tumpul. Melalui kegiatan 1 dan 2 pada LAS tersebut, siswa membandingkan hasil merumuskan aturan sinus pada segitiga lancip dan segitiga tumpul. Tujuan kegiatan 1 dan 2 ini adalah agar siswa mampu menemukan bahwa aturan sinus juga berlaku pada segitiga selain segitiga siku-siku. Hasil dari kegiatan 1 dan 2 memperlihatkan bahwa siswa sudah mampu merumuskan aturan sinus pada segitiga sembarang.





Gambar 3. Hasil Rumusan Siswa dalam Menentukan Aturan pada Segitiga Tumpul

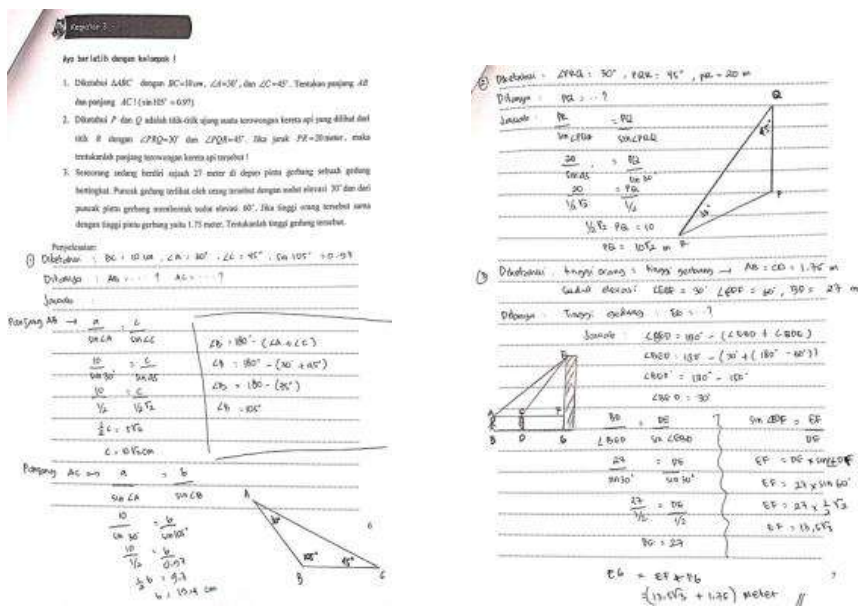
**Kegiatan 3 :**

- Menerapkan aturan sinus untuk menentukan unsur segitiga lainnya yang belum diketahui
- Mengubah masalah nyata ke dalam model matematika dan menerapkan aturan sinus untuk menyelesaikan masalah tersebut.

Setelah seluruh siswa memahami bagaimana cara menentukan aturan sinus dengan kedua segitiga tersebut, guru langsung mengarahkan siswa untuk mengerjakan 3 soal latihan yang terdapat pada kegiatan 3.

**Hasil Kegiatan 3:**

Soal pertama pada kegiatan 3 ini yaitu terkait dengan menentukan unsur-unsur segitiga yang belum diketahui dengan aturan sinus. Sesuai dengan HLT yang telah disusun, pada saat pengerjaan soal no 1 ini siswa tidak mengalami kesulitan. Kendala yang dialami siswa adalah pada saat pengerjaan soal no 2 dan 3 yaitu soal aplikasi aturan sinus pada permasalahan kehidupan sehari-hari. Soal no 2 dan 3 ini memerlukan pemodelan masalah yang diberikan ke dalam model matematika. Hal ini untuk memudahkan siswa di dalam proses pengerjaan soal tersebut. Akan tetapi beberapa siswa masih belum terbiasa untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanya dalam soal, sehingga menyebabkan siswa mengalami kendala dalam pengerjaan soal ini. Hasil kegiatan 3 untuk LAS aturan sinus dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Karya Siswa pada Kegiatan 3 LAS Aturan Sinus

## Pembelajaran II

Pembelajaran pada pertemuan kedua akan mengarahkan siswa untuk mampu menemukan konsep aturan cosinus dan pengaplikasiannya dalam permasalahan di kehidupan sehari-hari. Pada awal pembelajaran guru memberikan apersepsi untuk mengingatkan siswa dengan pembelajaran sebelumnya. Terutama yang berkaitan dengan materi yang akan diajarkan. Materi yang diingatkan kepada siswa yaitu perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku dan aturan sinus serta guru juga harus mengingatkan siswa tentang penamaan sisi dan titik sudut dan perbandingan trigonometri pada sudut-sudut yang berelasi terlebih dahulu sebelum mempelajari tentang aturan cosinus

### Kegiatan 1 : Merumuskan Aturan Cosinus pada Segitiga Lancip

Melalui kegiatan 1 ini, siswa akan menemukan bahwa garis tinggi pada segitiga yang diberikan dan dengan menerapkan teorema pythagoras akan diperoleh perbandingan antar segitiga-segitiga lainnya yang sebangun dan mengarahkan pada terumusnya aturan cosinus.

#### Hasil Kegiatan 1:

Hasil kegiatan 1 disajikan pada Gambar 5. Berdasarkan gambar tersebut, terlihat bahwa siswa mampu merumuskan aturan cosinus dengan menggunakan pengetahuan awal mereka.

**"Merumuskan Aturan Cosinus dengan Menggunakan Segitiga Lancip"**

Untuk merumuskan aturan cosinus, perhatikan segitiga di bawah ini!

Gambar (a)

Perhatikan  $CP = h$  adalah garis tinggi pada sisi  $c$ .

Petunjuk:  
 Gerakan garis tinggi  $CP = h$  untuk merumuskan aturan cosinus dengan mengikuti langkah-langkah di bawah ini:

- Dengan menggunakan rumus Pythagoras pada segitiga siku-siku  $BPC$ , diperoleh:
 
$$a^2 = CP^2 + BP^2$$

$$a^2 = h^2 + BP^2 \quad \dots(1)$$
- Pada segitiga siku-siku  $APC$ , diperoleh:
 
$$\sin \angle A = \frac{h}{c} \Rightarrow h = b \cdot \sin \angle A \quad \dots(2)$$
 dan,
 
$$\cos \angle A = \frac{AP}{c} \Rightarrow AP = b \cdot \cos \angle A \quad \dots(3)$$
- Mencari panjang  $BP$ 

$$BP = AB - AP$$

$$BP = c - h \cdot \cos \angle A \quad \dots(4)$$

Substitusi persamaan (2) dan (4) ke persamaan (1), sehingga diperoleh:

$$a^2 = (b \sin \angle A)^2 + (c - b \cos \angle A)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 \sin^2 \angle A + c^2 - 2bc \cos \angle A + b^2 \cos^2 \angle A$$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 (\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A) + c^2 - 2bc \cos \angle A \quad \dots(5a)$$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 (1) + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

Perhatikan gambar (a) dan (b) di bawah ini:

Gambar (b)      Gambar (c)

Dengan menggunakan analisis perhitungan yang sama untuk  $\triangle ABC$  pada gambar (b) dan (c), diperoleh hasil:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B \quad \dots(5b)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C \quad \dots(5c)$$

Dari persamaan (5a), (5b), dan (5c) diperoleh aturan cosinus.

**Simpulan**

Aturan Cosinus:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$$

Gambar 5. Hasil Rumusan Siswa dalam Menentukan Aturan Cosinus pada Segitiga Lancip

**Kegiatan 2 : Merumuskan Aturan Cosinus pada Segitiga Tumpul**

Melalui kegiatan 2 ini, guru mengarahkan siswa untuk menemukan aturan cosinus pada segitiga tumpul.

**Hasil Kegiatan 2 :**

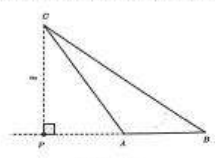
Hasil kegiatan 2 disajikan pada Gambar 6. Hasil dari kegiatan 2 memperlihatkan bahwa siswa sudah mampu merumuskan aturan cosinus pada segitiga sembarang. Melalui kegiatan 1 dan 2 pada LAS tersebut, siswa membandingkan hasil merumuskan aturan cosinus pada segitiga lancip dan segitiga tumpul. Tujuan kegiatan 1 dan 2 ini adalah agar siswa akan menemukan bahwa aturan cosinus juga berlaku pada segitiga selain segitiga siku-siku.

Setelah siswa selesai mengerjakan kegiatan 1 dan kegiatan 2 pada LAS kemudian mintalah siswa mengkonversi bentuk aturan cosinus yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam bentuk  $\cos \angle A$ ,  $\cos \angle B$ , dan  $\cos \angle C$ . Kegiatan ini diberikan di akhir kegiatan 2.

**Kegiatan 3**

**"Merumuskan Aturan Cosinus dengan Menggunakan Segitiga Tumpul"**

**Petunjuk:**  
Untuk merumuskan aturan sinus dengan menggunakan segitiga tumpul, maka perlihatkan  $\triangle ABC$  di bawah ini. Garis  $CP = m$  adalah garis tinggi dari titik  $C$  ke perpanjangan sisi  $b$ .



Gambar (a)

- Dengan menerapkan teorema Pythagoras pada segitiga siku-siku  $CPB$ , diperoleh :  
 $a^2 = m^2 + BP^2$  (1)
- Perlihatkan segitiga siku-siku  $CPA$ , diperoleh :  
 $\sin \angle CAP = \frac{\text{depan}}{\text{miring}} = \frac{CP}{AC} = \frac{m}{b}$   
Sehingga:  
 $m = b \times \sin \angle CAP$   
 $m = b \times \sin (180^\circ - A)$  (2)
- Mencari panjang  $BP$   
 $BP = BA + AP$   
 $BP = c - b \cos \angle B$  (4)

Rumus Perbandingan Trigonometri untuk sudut-sudut berelasi  
 $b \cos (180^\circ - A)$   
 $b \cos B$

Substitusi persamaan (2) dan (4) ke persamaan (1), sehingga diperoleh :

$$a^2 = m^2 + (BP)^2$$

$$a^2 = (b \sin \angle A)^2 + (c - b \cos \angle A)^2$$

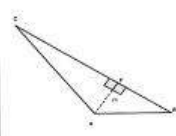
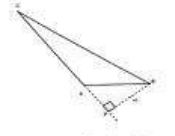
$$a^2 = b^2 \sin^2 A + c^2 - 2bc \cos \angle A + b^2 \cos^2 \angle A$$

$$a^2 = b^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

$$a^2 = b^2 (1) + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$$

... (5a)

Gambar (b)      Gambar (c)

Dengan menggunakan analisis perhitungan yang sama diperoleh :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B$$
 (5b)
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$$
 (5c)

Ketiga persamaan di atas disebut dengan aturan cosinus.

Konversi aturan cosinus tersebut menjadi bentuk :

$$\cos \angle A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos \angle B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos \angle C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

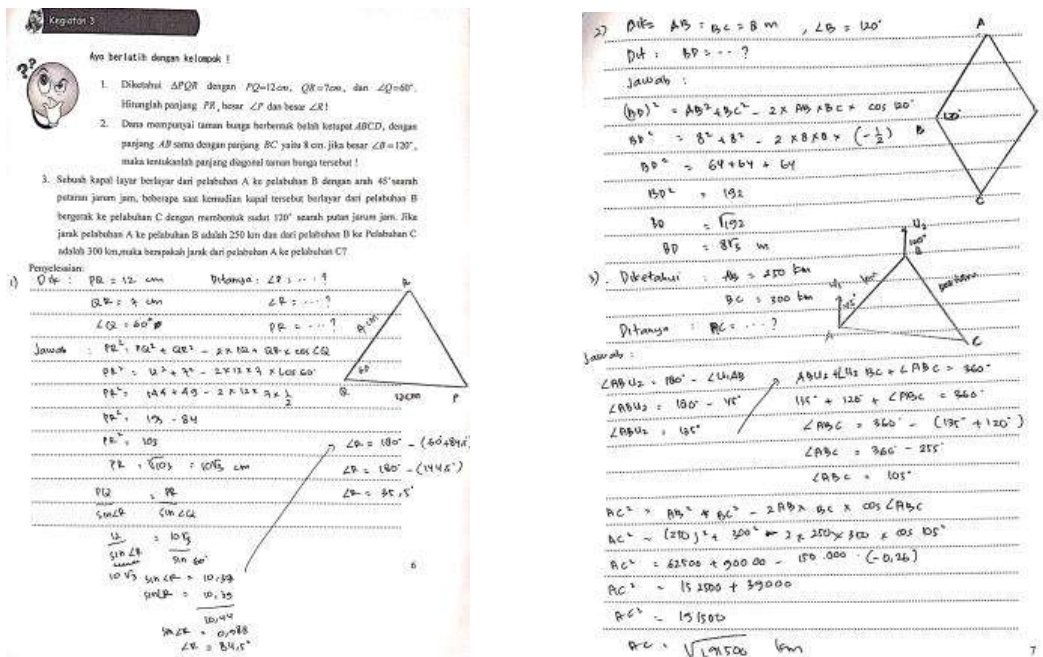
Gambar 6. Hasil Rumusan Siswa dalam Menentukan Aturan Cosinus pada Segitiga Tumpul

**Kegiatan 3 :**

- Menerapkan aturan cosinus untuk menentukan unsur segitiga lainnya yang belum diketahui
- Mengubah masalah nyata ke dalam model matematika dan menerapkan aturan cosinus untuk menyelesaikan masalah tersebut.

**Hasil Kegiatan 3:**

Soal pertama pada kegiatan 3 ini terkait dengan menentukan unsur-unsur segitiga yang belum diketahui dengan aturan cosinus. Sesuai dengan HLT yang telah disusun, pada saat pengerjaan soal no 1 ini siswa tidak mengalami kesulitan. Kendala yang dialami siswa adalah pada saat pengerjaan soal no 2 dan 3 yaitu soal aplikasi aturan cosinus pada permasalahan kehidupan sehari-hari. Soal no 2 dan 3 ini memerlukan pemodelan masalah yang diberikan ke dalam model matematika. Pada pengerjaan kegiatan 3 ini beberapa siswa masih belum terbiasa untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanya dalam soal, sehingga menyebabkan siswa mengalami kendala dalam pengerjaan soal ini. Salah satu jawaban siswa pada kegiatan 3 untuk LAS aturan cosinus dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Karya Siswa pada Kegiatan 3 LAS Aturan Cosinus

Seluruh kegiatan siswa dalam menyelesaikan LAS aturan sinus dan cosinus dikerjakan secara berkelompok. Guru membimbing siswa dalam mengerjakan LAS yang telah diberikan dan menjelaskan kembali mengenai hal-hal yang belum dipahami oleh siswa (Gambar 8).



Gambar 8. Kegiatan Siswa dan Guru

Setelah mengerjakan LAS yang diberikan secara berkelompok, siswa mempresentasikan hasil diskusi di depan kelas, kemudian siswa dari kelompok lain diberi kesempatan untuk menanggapi dan bertanya kepada kelompok tersebut (Gambar 9).



Gambar 9. Presentasi Siswa

Gambar 9 memperlihatkan siswa menuliskan hasil diskusi kelompok dan kemudian mempresentasikannya di depan kelas.

Hasil yang diperoleh dari terlaksananya keseluruhan siklus pembelajaran adalah perubahan dari *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) menjadi *Learning Trajectory* (LT). Perubahan HLT awal yang digunakan pada penelitian ini menjadi LT dipengaruhi oleh temuan yang terjadi di lapangan. Lintasan belajar yang diperoleh menggambarkan tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran dan proses belajar siswa pada sub materi aturan sinus dan cosinus.

Adapun hal-hal yang perlu diperhatikan guru dalam melaksanakan pembelajaran agar berjalan efektif dan efisien adalah : (1) RPP dan HLT yang diberikan dapat dicermati dengan baik agar alokasi waktu dan proses pembelajaran dapat terlaksana dengan efektif dan efisien, (2) pada saat pengerjaan LAS guru harusnya memperhatikan semua kelompok, (3) apersepsi yang diberikan harus mencakup semua pengetahuan awal yang diperlukan siswa, (4) menekankan kepada siswa mengenai materi yang akan dipelajari dan teknis pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan selanjutnya agar siswa lebih mempersiapkan diri terlebih dahulu sebelum pembelajaran di sekolah, dan (5) ketika mengerjakan soal siswa diarahkan untuk terbiasa menuliskan apa yang diketahui, ditanyakan kemudian menuliskan penyelesaian soal yang diberikan.

Berdasarkan pembelajaran yang telah dilakukan, diperoleh lintasan belajar aturan sinus dan cosinus dengan pendekatan PMRI dan segitiga sebagai konteks atau titik awal pembelajaran untuk kelas X SMA. Selain itu, aktivitas-aktivitas siswa selama pembelajaran berlangsung terlihat sesuai dengan karakteristik dari pendekatan PMRI. Adapun kelima

karakteristik pendekatan PMRI yang terlihat pada pembelajaran aturan sinus dan cosinus adalah sebagai berikut.

1. Penggunaan Konteks

Treffers (Wijaya, 2012) menyatakan bahwa konteks ini sering disalahartikan sebagai masalah cerita yang digunakan sebagai aplikasi setelah konsep diberikan. Padahal faktanya, konteks ini adalah pengantar untuk membantu siswa belajar. Pada pembelajaran ini digunakan segitiga sebagai pengantar pembelajaran. Siswa menggunakan garis tinggi pada segitiga untuk merumuskan aturan sinus dan cosinus serta menerapkannya untuk menyelesaikan soal.

2. Penggunaan Model untuk Matematisasi Progresif

Pada pendekatan PMRI model digunakan dalam melakukan matematisasi secara progresif, maksudnya adalah model yang berfungsi sebagai jembatan dari pengetahuan dan matematika tingkat konkrit menuju pengetahuan tingkat formal. Dalam hal ini siswa merumuskan aturan sinus dan cosinus dengan mengembangkan garis tinggi pada segitiga. Sehingga siswa tidak hanya langsung mentransfer rumus atau matematika formal saja tetapi melalui pengembangan model, skema dan simbolisasi.

3. Pemanfaatan Hasil Kontruksi Siswa

Kontribusi dalam pembelajaran dengan pendekatan PMRI diharapkan sebagian besar berasal dari siswa sendiri. Dalam pembelajaran ini siswa sudah merumuskan aturan sinus dan cosinus pada segitiga sembarang kemudian menggunakan konsep tersebut untuk menyelesaikan soal yang diberikan.

4. Interaksi

Dalam proses pembelajaran interaksi sangat diperlukan, baik interaksi siswa dengan guru maupun siswa dengan siswa. Dalam pembelajaran ini siswa mengerjakan LAS yang telah diberikan bersama kelompoknya kemudian mempresentasikan hasil diskusi melalui diskusi kelas yang dipimpin langsung oleh guru.

5. Keterkaitan

Pendekatan PMRI menempatkan suatu keterkaitan antar konsep matematika maupun ilmu pengetahuan lain sebagai hal yang harus dipertimbangkan dalam proses pembelajaran. Keterkaitan aturan sinus dan cosinus dengan materi lain terlihat melalui pengerjaan LAS dan soal *post-test*.

## **PENUTUP**

Berdasarkan uraian hasil penelitian dan pembahasan yang telah dipaparkan dapat disimpulkan bahwa secara garis besar HLT yang didesain sesuai dengan pembelajaran sebenarnya sehingga menghasilkan lintasan belajar siswa pada sub materi aturan sinus dan cosinus dengan menggunakan pendekatan PMRI.

Adapun *Learning Trajectory* (LT) yang diperoleh memuat tiga komponen utama yaitu (1) tujuan pembelajaran aturan sinus dan cosinus, (2) proses belajar dan berpikir siswa dalam pembelajaran aturan sinus dan cosinus, dan (3) serangkaian aktivitas pembelajaran aturan sinus dan cosinus yaitu merumuskan aturan sinus dan cosinus pada segitiga lancip, merumuskan aturan sinus dan cosinus pada segitiga tumpul, dan menerapkan aturan sinus dan cosinus untuk menyelesaikan soal dan permasalahan kehidupan sehari-hari.

Berdasarkan hasil yang diperoleh di atas, peneliti menyarankan agar para tenaga pendidik lebih memperhatikan pembelajaran dengan menggunakan konteks sebagai titik awal pembelajaran. Selain itu, guru dan peneliti lainnya diharapkan mampu mengembangkan lebih jauh lintasan pembelajaran yang telah disusun peneliti demi meningkatkan hasil belajar matematika secara umum.

## **UCAPAN TERIMA KASIH**

Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada seluruh pihak yang secara langsung maupun tidak langsung telah membantu penulis dalam melaksanakan penelitian hingga terselesaikannya artikel ini. Penulis berharap semoga hasil penelitian ini dapat bermanfaat dan memberikan inovasi pembelajaran matematika pada khususnya dan pengembangan pendidikan pada umumnya.

## **DAFTAR PUSTAKA**

Gravemeijer, K. (2004). "Local Instructional Theories as Means of Support for Teacher in Reform Mathematics Education". *Mathematical Thinking and Learning*. p. 105-128. Tersedia pada [https://www.researchgate.net/publication/46654796\\_Local\\_Instruction\\_Theories\\_as\\_Means\\_of\\_Support\\_for\\_Teachers\\_in\\_Reform\\_Mathematics\\_Education](https://www.researchgate.net/publication/46654796_Local_Instruction_Theories_as_Means_of_Support_for_Teachers_in_Reform_Mathematics_Education) (diakses tanggal 01 Desember 2018).



- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). "Design Research from A Learning Design Perspective. *Educational Design Research*". London : Routledge Taylor and Francis Group. Tersedia pada [https://www.researchgate.net/publication/46676722\\_Design\\_research\\_from\\_a\\_learning\\_design\\_perspective](https://www.researchgate.net/publication/46676722_Design_research_from_a_learning_design_perspective) (diakses tanggal 28 November 2018).
- Gur, H. (2009). Journal Trigonometry Learning. *New Horizons in Educations, Vol 57, p. 67-80. Balikesir Universit* . Tersedia pada <https://eric.ed.ov/?id=EJ860819> (diakses tanggal 28 November 2018).
- Permendikbud No 22 Tahun 2016. *Tentang Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta : Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Prahmana, C. R. 2017. *Design Research Teori dan Implementasinya : Suatu Pengantar*. Depok : Rajawali Pers.
- Putri, J. D. (2016). "Analisis Kesalahan Menurut Newman dan Pemberian Scaffolding pada Materi Luas Segitiga dengan Aturan Sinus dan Cosinus bagi Siswa XI MIA 1 SMA Kristen Satya Wacana Salatiga". Tersedia pada [http://repository.uksw.edu/bitstream/123456789/9787/2/T1\\_202011083\\_Full%20text.pdf](http://repository.uksw.edu/bitstream/123456789/9787/2/T1_202011083_Full%20text.pdf) (diakses tanggal 01 Desember 2018).
- Restati, S. N. (2017). "Persepsi Siswa pada Pelajaran Matematika : Studi Pendahuluan pada Siswa yang Menyenangi Game. Tersedia pada <http://jurnal.unissula.ac.id/index.php/ippi/article/> (diakses tanggal 2 Februari 2019).
- Yanti, W. (2016). Desain Pembelajaran Peluang dengan Pendekatan PMRI Menggunakan Kupon Undian Untuk Siswa Kelas VII. *Jurnal Inovasi Pembelajaran*, 2, p. 437-448. Tersedia pada <http://e-journal.hamzanwadi.ac.id/index.php/jel/article/view/177/148> (diakses pada 07 Desember 2018).
- Wijaya, A. 2012. *Pendidikan Matematika Realistik Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.