

Pengembangan Aplikasi Gui Matlab Untuk Menaksir Koefisien Parameter Model Regresi Non Linier Menggunakan Algoritma Levenberg Marquardt

Atika Ratna Dewi¹, Nurlaili, Ridho Ananda²

^{1,2} Program Studi Informatika Institut Teknologi Telkom Purwokerto

*Corresponding author: atika@ittelkom-pwt.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk membuat aplikasi sederhana menggunakan GUI Matlab guna menaksir parameter pada model regresi non linier. Algoritma yang digunakan dalam penaksiran parameter adalah algoritma Levenberg Marquardt. Algoritma tersebut ditulis dalam sintak bahasa pemrograman MATLAB dan disajikan dalam bentuk GUI. Metode yang dilakukan dalam pembuatan aplikasi dimulai dari tahap analisis, tahap desain interface, tahap coding dan tahap pengujian. Hasil yang diperoleh adalah aplikasi GUI Matlab yang dapat memudahkan dalam menaksir parameter pada model regresi non linier $Y = b_1 + (b_2 e^{-b_3 x})$. Parameter yang dipilih yaitu berdasarkan nilai AIC dan SC terkecil yaitu pada saat $t = 0$. Sehingga diperoleh model regresi non linier yaitu $Y = 0,0464 + (0,0008 e^{0,022x})$. Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai media pembelajaran dan alat bantu analisis pada pokok bahasan penaksiran parameter pada model regresi non linier.

Kata-kata kunci: Regresi non linier, Levenberg Marquardt, GUI Matlab

Abstract

This study aims to make a simple application using the Matlab GUI to estimate parameters in non-linear regression models. The algorithm used in parameter estimation is the Levenberg Marquardt algorithm. The algorithm is written in the MATLAB programming language syntax and is presented in the form of a GUI. The method used in making the application starts from the analysis phase, the interface design stage, the coding stage and the testing phase. The results obtained are the Matlab GUI application that can facilitate the estimation of parameters in the non linear regression model $Y = b_1 + (b_2 e^{-b_3 x})$. The parameters chosen are based on the smallest AIC and SC values at $t = 0$. So the non-linear regression model is obtained, namely $Y = 0,0464 + (0,0008 e^{0,022x})$. The results of this study can be used as learning media and analytical tools on the subject of parameter assessment in non-linear regression models.

Keywords : non-linear regression, Levenberg Marquardt, Matlab GUI

PENDAHULUAN

Regresi non linier merupakan suatu analisis regresi dimana data penelitian digambarkan oleh suatu fungsi yang merupakan kombinasi non linier dari parameter-parameter atau dapat diartikan sebagai hubungan antara variabel independen (X) terhadap variabel dependen (Y) (Yusnandar, 2004). Penaksiran parameter pada regresi non linier dapat dilakukan dengan beberapa macam cara salah satunya menggunakan algoritma *Levenberg-Marquardt*.

Algoritma *Levenberg-Marquardt* dikembangkan pertama kali pada tahun 1963 untuk menyelesaikan masalah *nonlinear least square* (Marquardt, D., 1963). Algoritma *Levenberg-Marquardt* merupakan gabungan antara algoritma *Gauss-Newton* dan algoritma *Steepest Descent*. Berdasarkan penelitian terdahulu menunjukkan bahwa algoritma *Levenberg-Marquardt* adalah algoritma yang cepat dan memiliki konvergensi yang stabil (Yu, H. dan Wilamowski, B.M., 2011). Metode *Levenberg-Marquardt* menggunakan metode algoritma seperti algoritma *Gauss-Newton* yaitu menggunakan *first order condition* (FOC) dari *sum of least square error* (Marquardt, D., 1963). Perbedaannya adalah ada penambahan perkalian skalar dan matriks identitas μI_K pada algoritma *Levenberg-Marquardt*. Selain itu, penentuan panjang langkah atau *step length* (t_n) dalam algoritma *Levenberg-Marquardt* dapat bervariasi. Riset lanjutan tentang estimasi parameter juga telah banyak diteliti, salah satunya penelitian (Gavin, H.P., 2019).

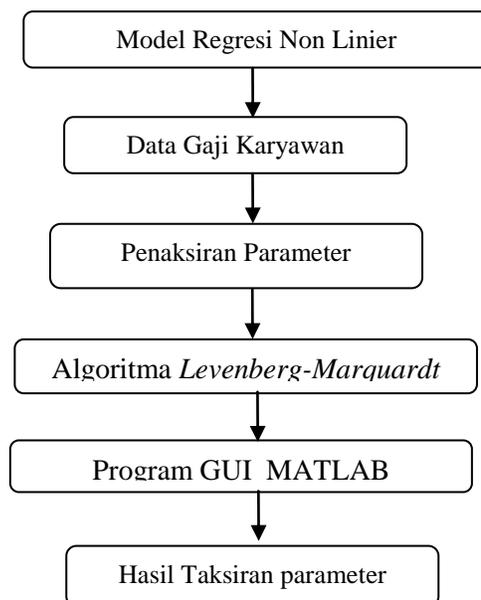
Penaksiran parameter β yang dilakukan secara manual akan cukup rumit dan memakan waktu yang lama. Untuk memudahkan penaksiran parameter β pada algoritma *Levenberg-Marquardt* dikembangkan aplikasi berbasis Matlab. Matlab merupakan salah satu software matematika yang dapat digunakan menyelesaikan berbagai persoalan matematika. Pengembangan aplikasi GUI (*Graphical User Interface*) pada Matlab hadir sebagai alat yang dapat memudahkan dan mempercepat pengguna matlab dalam menyelesaikan masalah matematika. Oleh karena itu pada penelitian ini, akan dikembangkan aplikasi GUI Matlab guna menaksir parameter pada model regresi non linier menggunakan algoritma *Levenberg Marquardt*.

METODE

Penelitian ini tentang penaksiran parameter pada model regresi non linier. Model regresi non linier yang akan ditaksir adalah model regresi fungsi eksponensial. Model tersebut diestimasi menggunakan metode *Levenberg Marquardt* pada GUI MATLAB.

Kerangka Pemikiran Teoritis

Melalui analisis terhadap penelitian– penelitian terdahulu maka dapat digambarkan sebuah kerangka berfikir seperti yang disajikan dalam gambar 1. sebagai berikut :



Gambar 1. Kerangka Penelitian

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bentuk umum dari model regresi non linier adalah

$$y = f(X, \beta) + e, \quad (1)$$

dengan fungsi non linier dalam parameter β dan $e \sim N(0, \sigma^2 I_T)$. Ada 2 cara untuk menaksir β pada model regresi non linier yaitu dengan metode *nonlinear least square* dan *maximum likelihood*. Kedua metode tersebut menghasilkan penaksiran β yaitu:

$$\hat{\beta} = f(X, \beta) + e. \quad (2)$$

Penaksiran β dengan metode *nonlinear least square* bertujuan untuk mendapatkan nilai β yang meminimumkan residual *sum of squares* $S(\beta)$ [2].

$$\min_{\beta} S(\beta) = e' e, \quad (3)$$

$$= (y - f(x, \beta))' (y - f(x, \beta)). \quad (4)$$

Syarat perlu untuk minimisasi adalah

$$\frac{\partial S}{\partial \beta} = -2 [Z(\beta)]' (y - f(X, \beta)), \quad (5)$$

$$[Z(\beta)]' (y - f(X, \beta)) = 0. \quad (6)$$

Fungsi $f(X, \beta)$ dalam persamaan (6) adalah fungsi non linier sehingga penaksiran nilai β memerlukan proses iterasi yang memberikan global minimum. Secara umum, iterasi untuk mendapatkan taksiran β dengan *nonlinear least square* adalah

$$\beta^{(n+1)} = \beta^n + t_n P_n Y_n. \quad (7)$$

Jenis iterasi yang dapat digunakan untuk mendapatkan taksiran β dengan *nonlinear least square* antara lain:

1. Algoritma *Gauss-Newton*
2. Algoritma *Steepest Descent*
3. Algoritma *Levenberg-Marquardt*

Aproksimasi $y = f(X, \beta)$ di sekitar *initial value* $\beta^{(1)}$ dilakukan dengan deret *Taylor* orde 1, yaitu

$$f(X, \beta) = f(X, \beta^{(1)}) + \frac{\partial f(X, \beta)}{\partial \beta'} \Big|_{\beta^{(1)}} (\beta - \beta^{(1)}), \quad (3)$$

Misalkan $\frac{\partial f(X, \beta)}{\partial \beta'} \Big|_{\beta^{(1)}} = Z(\beta^{(1)})$, maka:

$$y = f(X, \beta^{(1)}) + Z(\beta^{(1)})\beta - Z(\beta^{(1)})\beta^{(1)} + e, \quad (4)$$

atau

$$y - f(X, \beta^{(1)}) + Z(\beta^{(1)})\beta^{(1)} = Z(\beta^{(1)})\beta + e,$$

$$\bar{y}(\beta^{(1)}) = Z(\beta^{(1)})\beta + e. \quad (5)$$

Nilai parameter β dapat ditaksir dengan menggunakan metode *least square*, diperoleh

$$\beta^{(2)} = \left(Z(\beta^{(1)})'Z(\beta^{(1)}) \right)^{-1} Z(\beta^{(1)})'\bar{y}(\beta^{(1)}) \quad (6)$$

Algoritma secara umum yang diperoleh adalah

$$\beta^{(n+1)} = \beta^{(n)} + \left(Z(\beta^{(n)})'Z(\beta^{(n)}) \right)^{-1} Z(\beta^{(n)})'(y - f(X, \beta^{(n)})). \quad (7)$$

Persamaan (7) disebut sebagai persamaan algoritma *Gauss-Newton*, sedangkan persamaan algoritma *Levenberg-Marquardt* adalah persamaan yang diperoleh dengan cara memodifikasi persamaan (7) menjadi :

$$\beta^{(n+1)} = \beta^{(n)} + \left(Z(\beta^{(n)})'Z(\beta^{(n)}) + \mu I \right)^{-1} Z(\beta^{(n)})'(y - f(X, \beta^{(n)})). \quad (8)$$

Persamaan (8) disebut sebagai algoritma *Levenberg-Marquardt*, dimana μ adalah *damping parameter* yang nilainya tidak boleh negatif dan biasanya nilai μ merupakan faktor dari 10. Sedangkan I adalah matriks identitas. algoritma *Levenberg-Marquardt* akan berhenti pada saat nilai algoritma tersebut konvergen yaitu jika memenuhi :

$$\|\beta^{n+1} - \beta^n\| \leq \varepsilon. \quad (9)$$

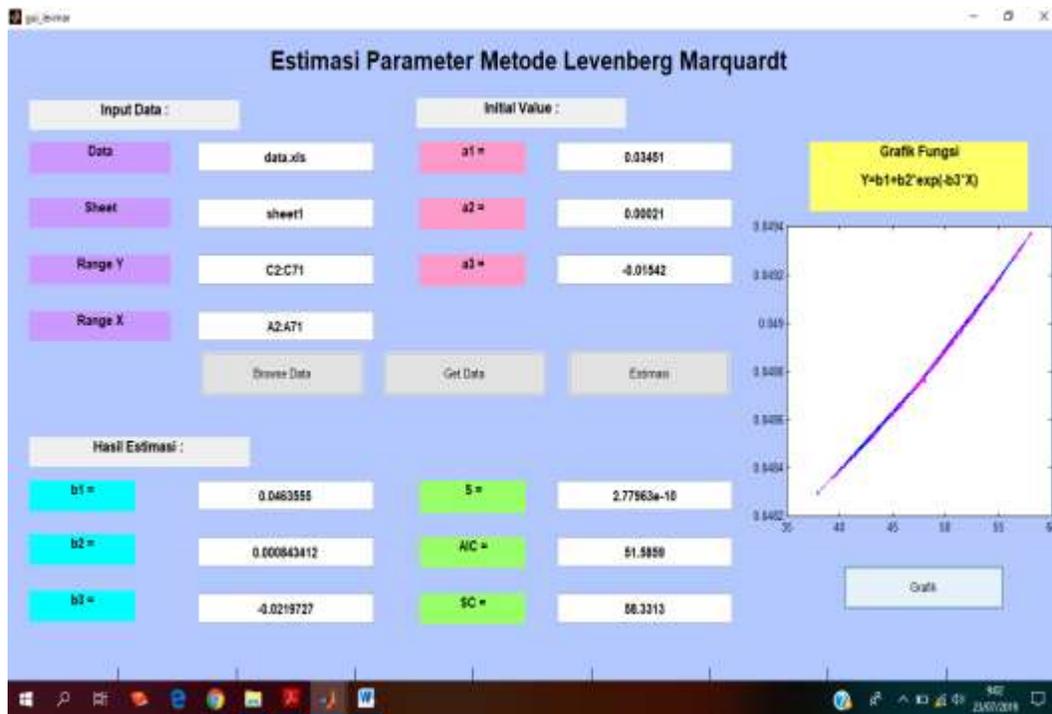
Data yang digunakan sebagai studi kasus dalam penelitian ini berupa data sekunder yang berasal dari suatu instansi. Model regresi non linier yang akan ditaksir adalah

$$Y = b_1 + (b_2 e^{-b_3 x})$$



Gambar 2. GUI Matlab Taksiran Parameter Model Regresi Non Linier Menggunakan Algoritma *Levenberg-Marquardt*

Tampilan antarmuka aplikasi disajikan dalam gambar 2. Tombol Browse Data berfungsi untuk memasukkan data yang akan diuji pada kolom Data, sheet, range Y dan range X. Tombol Get Data berfungsi untuk memasukkan nilai initial value a1, a2, a3. Tombol Estimasi berfungsi untuk menampilkan hasil taksiran parameter pada kolom Hasil estimasi. Hasil taksiran parameter dapat dilihat dalam tampilan Gambar 3.



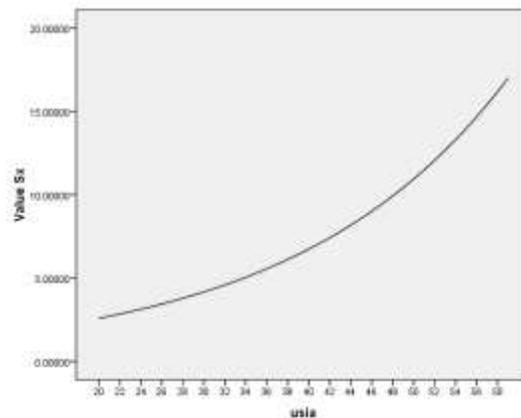
Gambar 3. Hasil Taksiran Parameter Model Regresi Non Linier Menggunakan Algoritma *Levenberg-Marquardt* pada GUI Matlab

Tabel 1. Hasil taksiran parameter

t	0	1
b_1	0,0464	0,0575
b_2	0,0008	0,0005
b_3	-0,0220	-0,0319
AIC	51,5859	52,3482
SC	58,3313	59,0937

Berdasarkan Tabel 4.1 dipilih parameter dengan AIC dan SC terkecil yaitu pada saat $t = 0$. Sehingga diperoleh model regresi non linier yaitu :

$$Y = 0,0464 + (0.0008 e^{0.022x})$$



Gambar 4. Plot Model Regresi Non Linier

Hasil pengujian dengan metode blacbox terhadap fungsionalitas tombol browse data, get data, estimasi dan grafik disajikan dalam Tabel 2. Hasil pengujian menunjukkan bahwa aplikasi GUI mampu bekerja sesuai fungsionalitasnya yaitu digunakan untuk penaksiran parameter.

Tabel 2. Hasil Pengujian dengan Metode Blackbox

No.	Perlakuan	Hasil yang diharapkan	Hasil Pengujian	Kesimpulan
1.	Klik tombol Browse Data	Melakukan pengambilan data dan menyajikan data dalam kolom data, sheet, range Y dan range X	Penyajian data tampil dalam kolom data, sheet, range Y dan range X	Berhasil
2.	Klik tombol Get Data	Melakukan pengambilan initial value dan menyajikan dalam kolom a1, a2, dan a3	Penyajian initial value tampil dalam kolom a1, a2, dan a3	Berhasil
3.	Klik tombol Estimasi	Melakukan perhitungan penaksiran parameter menggunakan Algoritma <i>Levenberg-Marquardt</i> dan menyajikan dalam kolom b1, b2, dan b3	Perhitungan penaksiran parameter menggunakan Algoritma <i>Levenberg-Marquardt</i> tampil dalam kolom b1, b2, dan b3	Berhasil

No.	Perlakuan	Hasil yang diharapkan	Hasil Pengujian	Kesimpulan
4.	Klik tombol Grafik	Melakukan plotting grafik model regresi non linier dan menyajikan dalam kolom	Ploting grafik model regresi non linier tampil dalam kolom	Berhasil

PENUTUP

Aplikasi GUI Matlab dapat memudahkan dalam penaksiran parameter model regresi non linier $Y = b_1 + (b_2 e^{-b_3 x})$. Parameter yang diambil pada model regresi non linier tersebut dipilih berdasarkan nilai AIC dan SC yang terkecil, sehingga model regresi non linier yang diperoleh menjadi $Y = 0,0464 + (0.0008 e^{0.022x})$. Dari hasil pengujian *Blackbox* dapat disimpulkan bahwa aplikasi dapat digunakan untuk menaksir parameter model regresi non linier menggunakan algoritma *Levenberg Marquardt*.

DAFTAR PUSTAKA

- Griva, I., Nash, S.G. and Sofer, A., 2009, *Linear and Nonlinear Optimization*, Second Edition, The Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- Gavin, H.P., 2019, *The Levenberg-Marquardt Algorithm for Nonlinear Least Squares Curve-Fitting Problems*, Duke University
- Marquardt, D., 1963, *An Algorithm for Least Squares Estimation of Nonlinear Parameter*. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, 2, 11, 431-441.
- Yusnandar, 2004. Aplikasi Analisis Regresi Non Linear Model Kuadratik Terhadap Produksi Susu Kambing Peranakan Etawah (PE) Selama 90 Hari Pertama Laktasi. Informatika Pertanian, 13, 736-743
- Yu, H. dan Wilamowski, B.M., 2011, *Advanced Learning Algorithms of Neural Networks*, Disertasi, Auburn University, USA.