Wahana Matematika dan Sains: Jurnal Matematika, Sains, dan Pembelajarannya, Vol. 15 No 3, Desember 2021
e-ISSN: 2549-6727 , p-ISSN: 1858-0629

Penyelesaian Program Linier Menggunakan Metode Simpleks Dua Fase Dan Metode *Quick* Simpleks Dua Fase

Elfira Safitri[1,*], Sri Basriati[2], Mohammad Soleh[3], Yuhandi[4]

[1,2,3,4] *Prodi Matematika, UIN Sultan Syarif Kasim Riau, Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293*
**Corresponding author: elfira.safitri@uin –suska.ac.id*

Abstrak

Toko Baju Mitra merupakan salah satu toko yang bergerak dibidang konveksi dengan memproduksi 4 jenis baju sekolah yaitu baju sekolah Madrasah Aliyah perempuan, baju sekolah Madrasah Aliyah laki-laki, baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah perempuan, baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah laki-laki. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui penyelesaian program linier menggunakan metode simpleks dua fase dan metode *quick* simpleks dua fase untuk mendapatkan solusi yang optimum dan fisibel. Adapun metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode simpleks dua fase dan metode *quick* simpleks dua fase. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa penyelesaian program linier dengan metode *quick* simpleks dua fase lebih efisien dibandingkan dengan metode simpleks dua fase. Hal ini dapat dilihat dari banyaknya iterasi yang dilakukan, metode dua fase melakukan iterasi sebanyak empat kali dan metode *quick* simpleks dua fase melakukan iterasi sebanyak satu kali iterasi. Metode simpleks dua fase dan metode *quick* simpleks dua fase menghasilkan nilai yang sama. Sehingga diperoleh kesimpulan bahwa Toko Baju Mitra Pekanbaru harus memproduksi jumlah baju sekolah Madrasah Aliyah perempuan sebanyak 15 unit, jumlah baju sekolah Madrasah Aliyah laki-laki sebanyak 20 unit, jumlah baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah perempuan sebanyak 15 unit, jumlah baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah laki-laki sebanyak 20 unit dengan keuntungan maksimum sebesar Rp.5.600.000.-.

Kata-kata kunci: *Fisibel, metode simpleks dua fase, metode quick simpleks dua fase, optimum*.

Abstract

Mitra Pekanbaru Clothing shoots is one of a shop engaged in convection. In this case, Mitra Pekanbaru Clothing produces 4 types of uniforms, namely female Madrasah Aliyah uniform, male Madrasah Aliyah uniform, female Madrasah Ibtidaiyah uniform, and male Madrasah Ibtidaiyah uniform. The purpose of this study is to determine the completion of a linear programming using the two-phase simplex method and the two-phase quick simplex method to obtain an optimum and feasible solution. The method used in this research is the two-phase simplex method and the two-phase quick simplex method. Based on the research results, it was found that the completion of the linear programming using the two-phase quick simplex method was more efficient than the two-phase simplex method. This can be seen from the number of iterations performed, the two-phase method performs iterations four iteration and the two-phase quick simplex method performs one iteration. The two-phase simplex method and two-phase quick simplex yield the same values. So it can be concluded that that Mitra Pekanbaru Clothing has to produce 15 units of female Madrasah Aliyah uniform, 20 units of male Madrasah Aliyah uniform, 15 units of female Madrsah Ibtidaiyah uniform, and 20 units of male Madrasah Ibtidaiyah uniform, with a maximum profit of Rp.5.600.000.-

Keywords: *Feasible, Two-Phase Simplex Method, Two-Phase Quick Simplex Method, optimum.*

Pendahuluan

Perkembangan di era globalisasi membuat perusahaan berlomba-lomba untuk mampu bersaing pada perusahaan-perusahaan lain dengan melakukan strategi penjualan untuk mencapai keuntungan yang maksimum. Salah satu ilmu matematika yang bisa mencari solusi yang optimal sehingga mendapatkan keuntungan yang maksimum yaitu program linier. Program linier adalah suatu teknik perencanaan yang menggunakan model matematika dengan tujuan untuk menemukan kombinasi-kombinasi produk yang terbaik, dalam menyusun suatu alokasi sumber daya yang terbatas guna untuk mencapai tujuan yang digunakan dengan secara optimal. Ada berbagai metode untuk mendapatkan solusi dari masalah program linier, yaitu dengan cara metode simpleks, metode grafik dan metode dual simpleks. (Reyniers & Taha, 1989).

Salah satu metode yang digunakan dalam penyelesaian model program linier yang bertanda $\geq$ yaitu metode simpleks dua fase atau *simplex two-phase*. Metode simpleks dua fase merupakan salah satu metode dalam program linier yang digunakan untuk melakukan optimasi yang melibatkan banyak batasan atau kendala campuran dan variabel yang terdapat dalam suatu permasalahan. Metode simpleks dua fase memiliki kelebihan, yakni salah satunya metode simpleks dua fase dapat memberikan jawaban ada atau tidaknya suatu solusi fisibel (Adinegoro et al., 2017).

Suatu pendekatan baru untuk menyelesaikan permasalahan program linier yaitu dengan metode *quick* simpleks. Penyelesaian dengan metode *quick* simpleks dilakukan menggunakan matriks untuk mengurangi jumlah iterasi yang diperlukan untuk mencapai solusi yang optimal. Metode ini melibatkan jumlah iterasi yang lebih sedikit untuk mencapai solusi yang optimal (Vaidya & Kasturiwale, 2014).

Penelitian terdahulu yang berkaitan dengan *quick* simplex yaitu penelitian yang dilakukan oleh (Vaidya & Kasturiwale, 2014) yang membahas tentang penyelesaian solusi *linear programming* menggunakan metode simpleks dan diaplikasikan dengan metode *quick* simpleks. Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh (Vaidya & Kasturiwale, 2016) yang membahas tentang penyelesaian metode dua fase dan metode *quick* simpleks dua fase. Selanjutnya penelitian (Vaidya, 2017) membahas tentang aplikasi metode dual simpleks menggunakan metode *quick* simpleks. Penelitian ini menyimpulkan bahwa metode *quick* simpleks lebih sedikit iterasi dibandingkan metode dual simpleks. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui penyelesaian program linier menggunakan metode simpleks dua fase dan metode *quick* simpleks dua fase untuk mendapatkan solusi yang optimum dan fisibel.

Metode

Metode Simpleks Dua Fase

Metode simpleks dua fase digunakan sebagai alternative dari metode Big M, ketika solusi dasar layak tidak tersedia. Dalam metode simpleks dua fase menambahkan variabel buatan ke kendala yang sama seperti yang dilakukan pada metode Big M. Disebut sebagai dua fase karena proses optimasi dilakukan dalam dua tahap yaitu tahap pertama merupakan proses optimasi variabel buatan dengan fungsi tujuan meminimalkan jumlah semua variabel buatandan tahap kedua adalah proses optimasi variabel keputusan dengan fungsi tujuan *linear programming* asli (Winston W.L, 1963). Adapun langkah-langkah metode dua fase sebagai berikut:

Fase 1: Menentukan solusi fisibel

Fase 1, fungsi tujuan awal dihilangkan sementara digantikan dengan akumulasi dari fungsi kendala dengan simbol r. Tujuannya adalah untuk mencari solusi fesibel dengan membuat variabel *artificial* menjadi variabel non-basis. Pada fase 1 terdapat iterasi yang akan berhenti saat dinyatakan terdapat solusi fisibel dengan ditunjukkan nilai fungsi tujuan pada akhir iterasi fase 1 adalah nol. Adapun Langkah-Langkah Fase 1 adalah sebagai berikut:

a. Mengubah model program linier kedalam bentuk standar
b. Membuat tabel awal simpleks
c. Menentukan *entering variable* yaitu nilai koefisien pada baris fungsi tujuan yang bernilai positif terbesar.
d. Menentukan *leaving variable* yaitu nilai positif terkecil dari nilai rasio. Nilai rasio diperoleh dari nilai ruas kanan dibagi dengan nilai pada kolom *entering variable*.
e. Menghitung koefisien variabel baris baru dengan melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mendapatkan hasil tabel baru.
f. Solusi dikatakan fisibel apabila nilai fungsi tujuan pada akhr iterasi fase 1 adalah nol dan dilanjutkan pada fase 2 dengan tidak mengikutsertakan variabel-variabel *artificial*.

Fase 2: Menentukan solusi optimal

Fase 2 merupakan kumpulan dari iterasi yang digunakan untuk mencari nilai optimal dari fungsi tujuan yang semula. Pemilihan *entering variable* di fase 2 pada kasus maksimasi yaitu dengan memilih koefisien baris fungsi tujuan yang bernilai negatif terbesar. Pada fase 2 digunakan fungsi tujuan awal z. Pada kasus maksimasi jika koefisien pada fungsi tujuan z tidak ada yang bernilai negatif maka solusi optimal (Winston W.L, 1963).

Metode *Quick* Simpleks

Menurut (Vaidya & Kasturiwale, 2016), metode *quick* simpleks ini telah diilustrasikan dengan memberikan solusi pemecahan masalah dalam metode dua fase sehingga melibatkan lebih sedikit iterasi. Adapun Langkah-Langkah penerapan metode *quick* simpleks terhadap metode dua fase adalah:

Fase 1: Menentukan solusi fisibel

Koefisien fungsi tujuan awal dihilangkan sementara. Solusi dikatakan fisibel jika nilai $z_j - c_j \geq 0$ atau tidak ada yang bernilai negatif.

1. Mengubah model program linier kedalam bentuk standar
2. Menentukan *entering variable*

Entering variable ditentukan dengan cara melihat nilai $z_j - c_j$. Jika terdapat nilai $z_j - c_j$ yang negatif, maka dipilih sebagai *entering variable.* Mencari nilai $z_j - c_j$ menggunakan rumus $z_j - c_j = \sum_{i=1}^{n} C_B P_j - c_j$

3. Menentukan *leaving variable*

Leaving variable ditentukan dengan cara melihat nilai rasio. Yaitu nilai positif terkecil pada kolom rasio yang dipilih menjadi *leaving variable.*

4. Menentukan nilai R. R adalah determinan dari matriks A. Matriks A adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan atau fungsi yang dibatasi dengan tanda kurung.

Tabel 1. Matriks A Metode *Quick* Simpleks

x_1	x_2	x_3	NK	s_5	s_6	s_7	s_8
Pivot x_{11}	x_{12}	x_{13}	b_1	1	0	0	0
x_{21}	Pivot x_{22}	x_{23}	b_2	0	1	0	0
x_{31}	x_{32}	Pivot x_{33}	b_3	0	0	1	0
x_{41}	x_{42}	x_{43}	b_4	0	0	0	1

Sehingga didapatkan mariks A sebagai berikut:

$$A = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & b_1 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & b_2 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & b_3 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & b_4 \end{vmatrix} \quad \text{......} \quad (1)$$

Rumus R untuk tiga variabel:

$$R = \det \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} \quad \text{......} \quad (2)$$

5. Menentukan elemen baru dengan menggunakan metode *quick* simpleks.

Elemen baru diperoleh dari rasio dua determinan, yang penyebutnya adalah R. Ada dua formulasi rumus yang terdapat pada metode *quick* simpleks yaitu:

a. Jika terdapat dua variabel mencari nilai elemen dalam tabel simpleks baru menggunakan rumus yang dilihat pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Mencari Nilai x_1^{**},x_2^{**}, s_3^{**}dan s_4^{**}

$x_1^{**} = \dfrac{(-1)^1 \begin{vmatrix} x_{12} & x_{13} \\ x_{22} & x_{23} \end{vmatrix}}{R}$	$x_2^{**} = \dfrac{(-1)^2 \begin{vmatrix} x_{11} & x_{13} \\ x_{21} & x_{23} \end{vmatrix}}{R}$
$s_3^{**} = \dfrac{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix}}{R}$	$s_4^{**} = \dfrac{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} \end{vmatrix}}{R}$

b. Menghitung metode *quick* simpleks untuk $n > 2$ variabel menggunakan rumus yang terdapat dalam Tabel 3 berikut:

Tabel 3. Mencari nilai elemen baru untuk n variabel

x_1	x_2	x_3	NK	s_5	s_6	s_7	s_8
1	0	0	$x_1^{***} = \dfrac{\begin{vmatrix} x_{12} & x_{13} & b_1 \\ x_{22} & x_{23} & b_2 \\ x_{32} & x_{33} & b_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix}}$				0
0	1	0	$x_2^{***} = \dfrac{\begin{vmatrix} x_{11} & b_1 & x_{13} \\ x_{21} & b_2 & x_{23} \\ x_{31} & b_3 & x_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix}}$				0
0	0	1	$x_3^{***} = \dfrac{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & b_1 \\ x_{21} & x_{22} & b_2 \\ x_{31} & x_{32} & b_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix}}$				0
0	0	0	$s_4^{***} = \dfrac{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{11} & b_1 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & b_2 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & b_3 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & b_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix}}$				1

Fase 2: Menentukan solusi optimal

Pada fase 2, koefisien fungsi tujuan awal dimasukkan kedalam tabel.

6. Solusi dikatakan optimal jika elemen pada $z_j - c_j \geq 0$ atau sudah tidak ada (Vaidya & Kasturiwale, 2016).

Hasil dan Pembahasan

Data yang digunakan adalah data produksi baju sekolah Madrasah Aliyah dan Madrasah Ibtidaiyah. Jenis baju yang diproduksi adalah baju sekolah Madrasah Aliyah (MA) perempuan, baju sekolah Madrasah Aliyah (MA) laki-laki, baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah (MI) perempuan dan baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah (MI) laki-laki.

Penyelesaian menggunakan Metode Simpleks Dua Fase

Dalam penelitian ini, variabel keputusan adalah jenis-jenis baju yang diproduksi. Terdapat empat jenis baju yang diproduksi sebagai berikut:

x_1 : Jumlah baju sekolah Madrasah Aliyah perempuan yang diproduksi.

x_2 : Jumlah baju sekolah Madrasah Aliyah laki-laki yang diproduksi.

x_3 : Jumlah baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah perempuan yang diproduksi.

x_4 : Jumlah baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah laki-laki yang diproduksi.

Langkah pertama yang dilakukan adalah membentuk model program linier. Berikut model program linier:

$$\begin{aligned}
&maks\ z = 90.000x_1 + 90.000x_2 + 70.000x_3 + 70.000x_4 \\
&kendala \\
&\quad 2x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 + 1{,}5x_4 \leq 122{,}5 \\
&\quad x_1 + 7x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 290 \\
&\quad 8x_1 + 6x_2 \leq 240 \\
&\quad 8x_3 + 6x_4 \leq 240 \\
&\quad x_1 + x_2 \leq 35 \\
&\quad x_3 + x_4 \leq 35 \\
&\quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{aligned} \quad \text{..(3)}$$

Selanjutnya mengubah model kedalam bentuk standar dengan menambahkan variabel *slack* yaitu S_1, S_2 untuk bertanda $(\leq)$ dan menambahkan variabel buatan (*artificial*) yaitu R_3, R_4, R_5 dan R_6 untuk bertanda $(=)$. Sehingga diperoleh bentuk standar sebagai berikut:

Maksimum $z = 90000x_1 + 90000x_2 + 70000x_3 + 70000x_4 + 0S_1 + 0S_2 - MR_3 - MR_4 - MR_5 - MR_6$ .... (4)

Kendala:

$$2x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 + 1{,}5x_4 + S_1 = 122{,}5 \quad (5)$$
$$x_1 + 7x_2 + x_3 + 6x_4 + S_2 = 290 \quad (6)$$
$$8x_1 + 6x_2 + R_3 = 240 \quad (7)$$
$$8x_3 + 6x_4 + R_4 = 240 \quad (8)$$
$$x_1 + x_2 + R_5 = 35 \quad (9)$$
$$x_3 + x_4 + R_6 = 35 \quad (10)$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, R_3, R_4, R_5, R_6 \geq 0$$

Berdasarkan Persamaan (7), (8), (9) dan (10) diperoleh:

$$R_3 = 240 - 8x_1 - 6x_2 \;;\; R_4 = 240 - 8x_3 - 6x_4 ;\; R_5 = 35 - x_1 - x_2 ;\; R_6 = 35 - x_3 - x_4 .$$

Fase 1: Menentukan solusi fisibel

Fase 1, fungsi tujuan awal dihilangkan sementara digantikan dengan akumulasi dari fungsi kendala. Tujuannya adalah untuk mencari solusi fesibel dengan membuat variabel *artificial* menjadi variabel non-basis. Subsitusi nilai R_3, R_4, R_5, dan R_6 kedalam Persamaan (4) sehingga diperoleh fungsi tujuan fase I yang baru sebagai berikut:

$$Min\ r = R_3 + R_4 + R_5 + R_6$$
$$Min\ r = (240 - 8x_1 - 6x_2) + (240 - 8x_3 - 6x_4) + (35 - x_1 - x_2) + (35 - x_3 - x_4)$$
$$= 550 - 9x_1 - 7x_2 - 9x_3 - 7x_4$$
$$r + 9x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 550 \quad (11)$$

Kendala:

$$2x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 + 1{,}5x_4 + S_1 = 122{,}5$$
$$x_1 + 7x_2 + x_3 + 6x_4 + S_2 = 290$$
$$8x_1 + 6x_2 + R_3 = 240$$
$$8x_3 + 6x_4 + R_4 = 240$$
$$x_1 + x_2 + R_5 = 35$$
$$x_3 + x_4 + R_6 = 35$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, R_3, R_4, R_5, R_6 \geq 0$$

Langkah 2: Membuat tabel awal simpleks

Elemen-elemen Persamaan (11) dimasukkan kedalam Tabel awal simpleks yang dapat dilihat pada Tabel 7 berikut:

Tabel 7. Tabel Awal Simpleks Fase 1 Metode Simpleks Dua Fase

V_b	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	R_3	R_4	R_5	R_6	Solusi	Rasio
r	9	7	9	7	0	0	0	0	0	0	550	
S_1	2	2	1,5	1,5	1	0	0	0	0	0	122,5	61,25
S_2	1	7	1	6	0	1	0	0	0	0	290	290

R_3	8	6	0	0	0	0	1	0	0	0	240	30
R_4	0	0	8	6	0	0	0	1	0	0	240	–
R_5	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	35	35
R_6	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	35	–

EV ***LV***

Langkah 3 : Menentukan *entering variable* (*EV*)

Entering variable dipilih dari fungsi tujuan r, lihat elemen positif terbesar. Karena nilai positif terbesar ada pada kolom x_1 dan x_3. Maka pilih salah satu, dipilih $x_1 = 9$ sebagai *entering variabel*.

Langkah 4 : Menentukan *leaving variable (LV*)

Leaving variable ditentukan dengan melihat nilai positif terkecil pada kolom rasio. Berdasarkan Tabel 7, dipilih $R_3 = 30$ sebagai *leaving variable*.

Langkah 6 : Menghitung koefisien variabel baris baru

Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mengubah tabel baru.

Langkah 7 : Menghitung nilai fungsi tujuan.

Solusi dikatakan optimal dan fisibel apabila baris pada fungsi tujuan r sudah bernilai nol dan negatif . Solusi optimal dan fisibel diperoleh setelah melakukan iterasi sebanyak 4 kali iterasi yang dapat dilihat pada Tabel 8 berikut:

Tabel 8. Iterasi keempat Fase 1 Metode Simpleks Dua Fase

V_b	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	R_3	R_4	R_5	R_6	Solusi
r	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0
S_1	0	0	0	0	1	0	0	0	-2	$-1{,}5$	0
S_2	0	0	0	0	0	1	3	2,5	-25	-21	0
x_1	1	0	0	0	0	0	0,5	0	-3	0	15
x_3	0	0	1	0	0	0	0	0,5	0	-3	15
x_2	0	1	0	0	0	0	$-0{,}5$	0	4	0	20
x_4	0	0	0	1	0	0	0	$-0{,}5$	0	4	20

Karena baris pada fungsi tujuan r sudah bernilai nol dan negatif maka solusi sudah optimal dan fisibel, sehingga proses iterasi berhenti dan dilanjutkan ke fase 2.

Fase 2 : Menentukan solusi optimal

Pada fase 2 digunakan fungsi tujuan awal z. Berdasarkan Tabel 8 diperoleh solusi optimal dan fisibel pada fase 1 dapat ditulis sebagai berikut $S_1 = 0;\ S_2 = 0;\ x_1 = 15;\ x_3 = 15;\ x_2 = 20;\ x_4 = 20.$

Selanjutnya, substitusi nilai x_1, x_2, x_3 dan x_4 ke fungsi tujuan pada Persamaan (3) sehingga diperoleh:

Maksimum $z = 90000(15) + 90000(20) + 70000(15) + 70000(20)$ .... (12)

$$z = 5600000$$

Kendala:

$$S_1 = 0;\ S_2 = 0;\ x_1 = 15;\ x_3 = 15;\ x_2 = 20;\ x_4 = 20.$$

Elemen-elemen Persamaan (12) dimasukkan kedalam Tabel 9 sebagai berikut:

Tabel 9. Tabel Awal Fase 2 Metode Simpleks Dua Fase

V_b	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	Solusi
z	0	0	0	0	0	0	5.600.000
S_1	0	0	0	0	1	0	0
S_2	0	0	0	0	0	1	0
x_1	1	0	0	0	0	0	15
x_3	0	0	1	0	0	0	15
x_2	0	1	0	0	0	0	20
x_4	0	0	0	1	0	0	20

Karena elemen pada fungsi tujuan z sudah bernilai nol, maka solusi sudah optimal. Sehingga diperoleh $x_1 = 15$, $x_2 = 20$, $x_3 = 15$, $x_4 = 20$ dan $z = 5600000$.

Penyelesaian menggunakan Metode *Quick* Simpleks Dua Fase

Berdasarkan Persamaan (4) sampai Persamaan (10), elemen-elemen yang ada pada persamaan tersebut dimasukkan kedalam tabel awal simpleks yang dapat dilihat pada Tabel 10 berikut:

Tabel 10. Awal Simpleks Metode *Quick* Simpleks Dua Fase

C_B	V_B	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	NK	Rasio 1	Rasio 2	Rasio 3	Rasio 4
		x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	R_3	R_4	R_5	R_6					
0	S_1	$x_{11}=2$	$x_{12}=2$	$x_{13}=1{,}5$	$x_{14}=1{,}5$	1	0	0	0	0	0	$b_1=122{,}5$	61,25	61,25	81,6667	81,6667
0	S_2	$x_{21}=1$	$x_{22}=7$	$x_{23}=1$	$x_{24}=6$	0	1	0	0	0	0	$b_2=290$	290	41,4286	290	48,3333
-1	R_3	$x_{31}=8$	$x_{32}=6$	$x_{33}=0$	$x_{34}=0$	0	0	1	0	0	0	$b_3=240$	30	40	–	–
-1	R_4	$x_{41}=0$	$x_{42}=0$	$x_{43}=8$	$x_{44}=6$	0	0	0	1	0	0	$b_4=240$	–	–	30	40
-1	R_5	$x_{51}=1$	$x_{52}=1$	$x_{53}=0$	$x_{54}=0$	0	0	0	0	1	0	$b_5=35$	35	35	–	–
-1	R_6	$x_{61}=0$	$x_{62}=0$	$x_{63}=1$	$x_{64}=1$	0	0	0	0	0	1	$b_6=35$	–	–	35	35
	z_j-c_j	-9	-7	-9	-7	0	0	0	0	0	0					

Langkah selanjutnya adalah Pilih $x_1 = -9$, $x_2 = -7$, $x_3 = -9$ dan $x_4 = -7$ sebagai *entering variable*. Rasio 1 dipilih $R_3 = 30$, rasio 2 diplih $R_5 = 35$, rasio 3 dipilih $R_4 = 30$ dan rasio 4 dipilih $R_6 = 35$ sebagai *leaving variable*. Selanjutnya, menentukan nilai R dimana R adalah determinan matriks dari A . Berdasarkan Tabel 10 didapatkan matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & b_1 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} & b_2 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & b_3 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} & b_4 \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & b_4 \\ x_{61} & x_{62} & x_{63} & x_{64} & b_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1{,}5 & 1{,}5 & 122{,}5 \\ 1 & 7 & 1 & 6 & 290 \\ 8 & 6 & 0 & 0 & 240 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & 240 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 35 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 35 \end{vmatrix}$$

Karena *leaving variable* dan *entering variable* ada empat, maka elemen-elemen yang tidak ada pada *leaving variable* dan *entering variable* tidak dimasukkan dalam R. Maka didapat nilai R yaitu:

$$R = \begin{vmatrix} x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} \\ x_{61} & x_{62} & x_{63} & x_{64} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 6 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

Langkah selanjutnya, menentukan nilai elemen untuk tabel simpleks baru yang disajikan pada Tabel 11 berikut:

Tabel 11. Nilai Elemen Baru Metode *Quick* Simpleks Dua Fase

C_B	V_B	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	NK
		x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
0	S_1	0	0	0	0	$=\frac{\begin{vmatrix} x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & 0 \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & 0 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} & 0 \\ x_{61} & x_{62} & x_{63} & x_{64} & 0 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & 1 \end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix} 8 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1{,}5 & 1{,}5 & 1 \end{vmatrix}}{4}$ $=1$	$=\frac{\begin{vmatrix} x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & 0 \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & 0 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} & 0 \\ x_{61} & x_{62} & x_{63} & x_{64} & 0 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & 0 \end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix} 8 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1{,}5 & 1{,}5 & 0 \end{vmatrix}}{4}$ $=0$	$=\frac{\begin{vmatrix} x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & 1 \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & 0 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} & 0 \\ x_{61} & x_{62} & x_{63} & x_{64} & 0 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & 0 \end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix} 8 & 6 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1{,}5 & 1{,}5 & 0 \end{vmatrix}}{4}$ $=0$	$=\frac{\begin{vmatrix} x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & 0 \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & 1 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} & 0 \\ x_{61} & x_{62} & x_{63} & x_{64} & 0 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & 0 \end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix} 8 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1{,}5 & 1{,}5 & 0 \end{vmatrix}}{4}$ $=-2$	$=\frac{\begin{vmatrix} x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & 0 \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & 0 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} & 1 \\ x_{61} & x_{62} & x_{63} & x_{64} & 0 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & 0 \end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix} 8 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1{,}5 & 1{,}5 & 0 \end{vmatrix}}{4}$ $=0$	$=\frac{\begin{vmatrix} x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & 0 \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & 0 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} & 0 \\ x_{61} & x_{62} & x_{63} & x_{64} & 1 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & 0 \end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix} 8 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1{,}5 & 1{,}5 & 0 \end{vmatrix}}{4}$ $=-1{,}5$	$=\frac{\begin{vmatrix} x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & x_{35} \\ x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} & x_{55} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} & x_{45} \\ x_{61} & x_{62} & x_{63} & x_{64} & x_{65} \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \end{vmatrix}}{R}$ $=\frac{\begin{vmatrix} 8 & 6 & 0 & 0 & 240 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 35 \\ 0 & 0 & 8 & 6 & 240 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 35 \\ 2 & 2 & 1{,}5 & 1{,}5 & 122{,}5 \end{vmatrix}}{4}$ $=0$
0	S_2	0	0	0	0	0	1	3	-25	2,5	-21	0
0	x_1	1	0	0	0	0	0	0,5	-3	0	0	15
0	x_3	0	0	1	0	0	0	0	0	0,5	-3	15
0	x_2	0	1	0	0	0	0	$-0{,}5$	4	0	0	20
0	x_4	0	0	0	1	0	0	0	0	$-0{,}5$	4	20
$z_j - c_j$		0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	

Berdasarkan Tabel 11, nilai $z_j - c_j \geq 0$ maka solusi sudah optimal dan fisibel. Sehingga proses iterasi berhenti dan lanjutkan ke fase 2

Fase 2 **:** Menentukan solusi optimal.

Berdasarkan Persamaan (3) fungsi tujuan awal, koefisien fungsi tujuan awal dimasukkan kedalam Tabel 12 sebagai berikut:

Tabel 12. Solusi Awal pada Fase 2 Metode *Quick* Simpleks Dua Fase

C_B	V_b	0	0	0	0	0	0	NK
		x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	
0	S_1	0	0	0	0	1	0	0
0	S_2	0	0	0	0	0	1	0
90000	x_1	1	0	0	0	0	0	15
70000	x_3	0	0	1	0	0	0	15
90000	x_2	0	1	0	0	0	0	20
70000	x_4	0	0	0	1	0	0	20
	$z_j - c_j$	90000	90000	70000	70000	0	0	

NK: Nilai ruas kanan

Berdasarkan Tabel 12, nilai $z_j - c_j \geq 0$. Maka solusi sudah optimal, sehingga diperoleh hasil optimum yang disajikan dalam Tabel 13 berikut:

Tabel 13. Hasil Optimasi Tabel Metode *Quick* Simpleks Dua Fase

Variabel keputusan	Hasil akhir
z	5.600.000
x_1	15
x_3	15
x_2	20
x_4	20

Berdasarkan Tabel 13, didapatkan nilai optimum yaitu: $x_1 = 15$, $x_2 = 20$, $x_3 = 15$, $x_4 = 20$ dan $z = 5.600.000$. Artinya Toko Baju Mitra Pekanbaru harus memproduksi jumlah baju sekolah Madrasah Aliyah perempuan sebanyak 15 pcs, jumlah baju sekolah Madrasah Aliyah laki-laki sebanyak 20 pcs, jumlah baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah perempuan sebanyak 15 pcs, jumlah baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah laki-laki sebanyak 20 pcs dengan keuntungan maksimum sebesar Rp. 5.600.000.

Penutup

Berdasarkan hasil pembahasan, maka dapat diambil kesimpulan bahwa pengambilan *leaving variable* dan *entering variable* pada metode dua fase diambil dengan satu variabel yang bernilai positif, sedangkan untuk metode *quick* simpleks dua fase pengambilan *leaving variable* dan *entering variable* bisa diambil empat variabel sekaligus secara simultan yang bernilai negatif. Sehingga pada metode dua fase terdapat empat kali iterasi, sedangkan metode *quick* simpleks dua fase hanya satu kali iterasi. Sehingga Metode *quick* simpleks lebih efisien dibandingkan dari metode dua fase dilihat dari banyaknya iterasi yang dilakukan. Metode dua fase dan *quick* simpleks menghasilkan nilai yang sama, sehingga dapat disimpulkan bahwa Toko Baju Mitra Pekanbaru harus memproduksi jumlah baju sekolah Madrasah Aliyah perempuan sebanyak 15 pcs, jumlah baju sekolah Madrasah Aliyah laki-laki sebanyak 20 pcs, jumlah baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah perempuan sebanyak 15 pcs, jumlah baju sekolah Madrasah Ibtidaiyah laki-laki sebanyak 20 pcs dengan keuntungan maksimum sebesar Rp. $5.600.000$.

Daftar Pustaka

Adinegoro, P., Putri, R. R. M., & Ratnawati, D. E. (2017). Optimasi Biaya Pemenuhan Asupan Gizi pada Makanan Bagi Anak-Anak Menggunakan Metode Simpleks Dua Fase. *Jurnal Pengembangan Teknologi Informasi Dan Ilmu Komputer (J-PTIIK) Universitas Brawijaya*, *1*(10), 1110–1119.

Reyniers, D., & Taha, H. A. (1989). Operations Research: An Introduction (4th Edition). In *The Journal of the Operational Research Society* (Vol. 40, Issue 11). https://doi.org/10.2307/2583144

Safitri, E., Basriati, S., & Zahara, A. (2019). Optimalisasi Hasil Produksi Menggunakan Metode Kuhn-Tucker (Studi Kasus : Toko Baju Mitra Pekanbaru). *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika: Jurnal Hasil Penelitian Matematika, Statistika, Dan Aplikasinya*, *5*(1), 30–39.

Vaidya, N. (2017). Application of Quick Simplex Method on the Dual Simplex Method (A New Approach). *Journal of Advances in Mathematics and Computer Science*, *24*(5), 1–9. https://doi.org/10.9734/jamcs/2017/36357

Vaidya, N., & Kasturiwale, N. (2016). Application of Quick Simplex Method (A New Approach) On Two Phase Method. *British Journal of Mathematics & Computer Science*, *16*(1), 1–15. https://doi.org/10.9734/bjmcs/2016/24440

Vaidya, N. V., & Kasturiwale, N. N. (2014). Quick Simplex Algorithm for Optimal Solution to the Linear Programming Problem along with Theoretical Proof of ... Quick Simplex Algorithm for Optimal Solution to the Linear Programming Problem along with Theoretical Proof of Formulae . *International Journal of Latest Trend Mathematics*, *4*(2), 183–200.

Winston W.L. (1963). Operations research. In *Revue des corps de santé des armées: terre, mer, air, et du corps vétérinaire* (Vol. 4). https://doi.org/10.3233/iks-2009-0152