

Optimasi Biaya Pemupukan Tanaman Kelapa Sawit Menggunakan Metode *Branch And Cut*

Elfira Safitri^{1,*}, Sri Basriati¹, Mohammad Soleh¹, Nikmatul Aufa¹

¹*Prodi Matematika, UIN Sultan Syarif Kasim Riau, Jl. HR. Soebrantas No. 155 Simpang Baru, Panam, Pekanbaru, 28293*

*Corresponding author: elfira.safitri@uin-suska.ac.id

Abstrak

Kelapa sawit merupakan tanaman yang menghasilkan produk utama yaitu minyak sawit (CPO) dan minyak inti sawit (KPO) yang memiliki nilai ekonomis tinggi. Untuk menunjang pertumbuhan tanaman kelapa sawit, maka dibutuhkan pupuk agar kebutuhan unsur hara kelapa sawit tercukupi. Tetapi umumnya para petani kurang memperhatikan penggunaan pupuk sehingga menyebabkan kurang optimalnya pemberian jumlah pupuk dan pemborosan biaya yang dikeluarkan untuk pemupukan. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan solusi optimal dalam menentukan jumlah pupuk agar mendapatkan biaya yang efisien pada perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar dengan metode yang digunakan adalah metode *Branch and Cut* yang merupakan penggabungan antara metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane* sebagai pendekatan model *Integer Programming*. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh solusi optimal yaitu pemilik perkebunan harus menyediakan pupuk jenis Urea sebanyak 9 karung, pupuk jenis TSP sebanyak 6 karung, pupuk jenis KCL sebanyak 9 karung, pupuk Dolomite sebanyak 8 karung, dan tidak perlu menyediakan pupuk jenis NPK Yaramila Winner agar mendapat biaya minimum sebesar Rp. 11.460.000 untuk setiap hektarnya dalam satu tahun.

Kata kunci: *Integer Programming, kelapa sawit, metode branch and cut, pupuk*

Abstract

Oil palm is a plant that produces the main products, namely palm oil (CPO) and palm kernel oil (KPO) which have high economic value. To support the growth of oil palm plants, fertilizer is needed so that the nutrient needs of oil palm are fulfilled. However, farmers generally pay less attention to the use of fertilizers, causing a less than optimal amount of fertilizer and a waste of costs incurred for fertilization. This study aims to obtain the optimal solution in determining the amount of fertilizer in order to get an efficient cost on oil palm plantations in Siabu Village, Kampar Regency with the method used is the Branch and Cut method which is a combination of the Branch and Bound method and the Cutting Plane method as a model approach. Integer Programming. Based on the results of the study, the optimal solution was obtained, namely the plantation owner had to provide 9 sacks of fertilizer, 6 sacks of TSP fertilizer, 9 sacks of KCL fertilizer, 8 sacks of Dolomite fertilizer, and there was no need to provide Yaramila Winner NPK fertilizer in order to get a minimum cost of Rp. Rp. 11,460,000 for each hectare in one year.

Keywords: *Integer Programming; palm oil; branch and cut method; fertilizer*

1. PENDAHULUAN

Perkembangan sektor pertanian terutama subsektor perkebunan di Indonesia saat ini bisa dibilang cukup pesat. Salah satu komoditas primadona yaitu kelapa sawit. Tanaman ini menghasilkan produk utama yaitu minyak sawit (CPO) dan minyak inti sawit (KPO) yang memiliki nilai ekonomis tinggi dan menjadi salah satu penyumbang devisa negara yang terbesar (Fauzi et al., 2012). Oleh karena itu, perkebunan kelapa sawit dapat menjadi sumber penting dalam penuntasan kemiskinan di suatu daerah melalui usaha budidaya dan pengolahan kelapa sawit. Dalam usaha budidaya kelapa sawit, terdapat beberapa faktor penunjang dalam pertumbuhannya, salah satunya yaitu ketersediaan unsur hara yang cukup dalam tanah. Apabila tanah tidak dapat menyediakan unsur hara yang cukup, maka untuk memenuhi kekurangan tersebut pemberian pupuk pun dilakukan. Dalam pemberian pupuk tidak hanya dilihat dari keadaan tanah dan lingkungan saja, tetapi juga harus mempertimbangkan kebutuhan pokok unsur hara tanaman itu sendiri (Safitri et al., 2020). Sekitar 40-60% dari biaya pemeliharaan atau sekitar 24% dari total biaya produksi dikeluarkan untuk biaya pemupukan (Budiargo & Purwanto, 2015).

Pada umumnya para petani kurang memperhatikan penggunaan pupuk dan hanya berdasarkan pada pengalaman sebelumnya. Salah satunya terjadi pada perkebunan kelapa sawit yang berlokasi di Desa Siabu, Kabupaten Kampar, Riau. Dimana hal ini dapat menyebabkan kurang optimalnya pemberian jumlah pupuk pada tanaman dan dapat menyebabkan pemborosan biaya yang dikeluarkan untuk pemupukan itu sendiri. Sehingga diperlukan optimalisasi dalam pemberian pupuk agar dapat meminimumkan biaya namun tetap mencukupi unsur hara yang dibutuhkan tanaman.

Permasalahan pengoptimalan baik untuk permasalahan meminimumkan biaya atau memaksimalkan keuntungan dapat diselesaikan dengan Program Linier (*Linear Programming*). Permasalahan program linier dimana penyelesaian optimumnya dapat berupa bilangan real atau bilangan pecahan, sedangkan dikehidupan nyata banyak permasalahan yang memerlukan penyelesaian optimumnya harus berupa bilangan bulat (*integer*). Oleh karena itu, muncullah *Integer Programming* yang merupakan pengembangan dari program linier dimana semua variabel keputusannya berupa bilangan bulat (*integer*) (Basriati et al., 2018). Untuk menghasilkan hasil yang optimal dengan *Integer Programming* maka dapat menggunakan beberapa metode, salah satunya yaitu metode *Branch and Cut* yang merupakan penggabungan antara metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane* sebagai pendekatan model *Integer Programming*. Kombinasi kedua metode tersebut merupakan kombinasi yang baik digunakan sebagai penyelesaian dalam persoalan *Integer Programming* (Kholillah, 2015).

Penelitian tentang metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane* sudah pernah dibahas sebelumnya oleh (Basriati, 2018) yang mana pada penelitian ini metode *Cutting Plane* dan *Branch and Bound* dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan *Integer Programming* yaitu untuk pengoptimalan produksi tahu. Dan juga oleh (Safitri et al., 2020) yang menggunakan metode *Cutting Plane* untuk mengetahui biaya minimum yang harus dikeluarkan untuk pemupukan tanaman cabai. Selanjutnya, penelitian tentang metode *Branch and Cut* sudah pernah dibahas sebelumnya oleh beberapa peneliti, diantaranya oleh (Kholilah, 2015) dimana pada penelitian ini metode *Branch and Cut* digunakan untuk mengoptimalkan jumlah produksi pot bunga pada perusahaan UD. Pot Bunga Mukhlis Rangkuti. Dan juga oleh (Sauddin & Sumarni, 2015) yang menggunakan metode *Branch and Cut* untuk mengoptimalkan jumlah produk yang akan diproduksi untuk mendapatkan keuntungan yang maksimum. Berdasarkan dari beberapa penelitian dan permasalahan yang telah diuraikan sebelumnya maka penulis tertarik untuk melakukan penelitian yang membahas tentang pengoptimalan biaya pupuk pada tanaman kelapa sawit menggunakan metode *Branch and Cut*. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan solusi optimal dalam menentukan jumlah pupuk pada tanaman kelapa sawit agar mendapatkan biaya yang efisien menggunakan metode *Branch and Cut*.

2. METODE

Data pemupukan tanaman kelapa sawit yang digunakan dalam penelitian ini berupa data sekunder yang diperoleh melalui wawancara dengan pemilik perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar. Perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar merupakan perkebunan kelapa sawit yang memiliki luas lahan yaitu sebesar 6 hektar, dimana setiap hektarnya terdapat 135 pohon kelapa sawit yang sudah berumur 9 tahun. Terdapat lima jenis pupuk yang digunakan untuk pemupukan tanaman kelapa sawit di perkebunan ini diantaranya yaitu pupuk Urea, pupuk TSP, pupuk KCL, pupuk Dolomite, dan pupuk NPK Yaramila Winner. Setiap jenis pupuk mengandung beberapa unsur hara yang dibutuhkan untuk tanaman kelapa sawit, yaitu nitrogen, fosfor, kalium, kalsium dan magnesium. Kandungan dan harga dari lima jenis pupuk tersebut akan dijelaskan dalam tabel berikut.

Tabel 1. Jenis Pupuk Tanaman Kelapa Sawit yang Digunakan

Jenis Pupuk	Jumlah Kandungan Unsur Hara PerKarung (%)					Harga Per Karung
	Nitrogen	Fosfor	Kalium	Kalsium	Magnesium	
Urea	46%	0	0	0	0	Rp. 400.000
TSP	0	46%	0	0	0	Rp. 500.000
KCL	0	0	60%	0	0	Rp. 500.000
Dolomite	0	0	0	29%	18%	Rp. 45.000
NPK Yaramila Winner	15%	9%	20%	0	0	Rp. 700.000
Kebutuhan Minimum	404%	243%	486%	215%	134%	

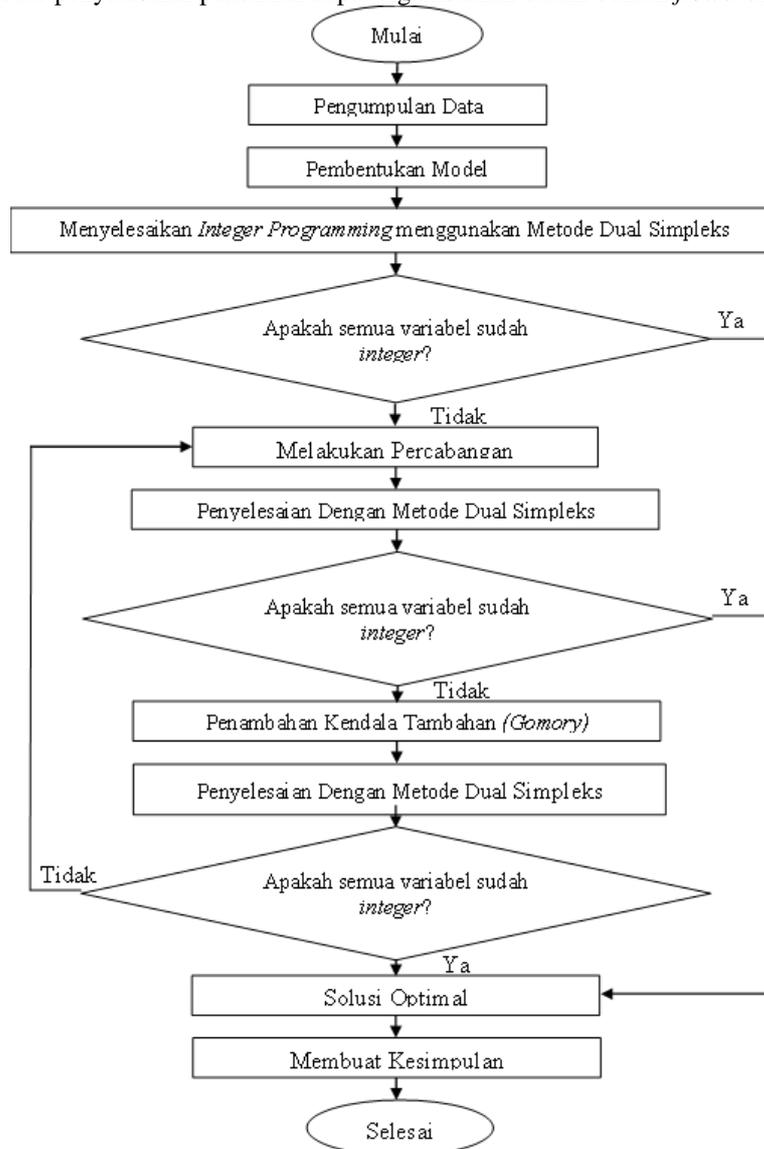
(Sumber : Perkebunan Kelapa Sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar)

Prosedur yang dilakukan pada penelitian ini adalah menyusun data dalam bentuk tabel, membuat model *Integer Programming*, melakukan penyelesaian menggunakan metode dual simpleks untuk memperoleh solusi optimal, jika variabel keputusan belum bilangan bulat maka selanjutnya dilakukan penyelesaian menggunakan metode *Branch and Cut*, kemudian menganalisis hasil optimasi yang diperoleh dan membuat kesimpulan.

Langkah-Langkah penyelesaian permasalahan *Integer Programming* dengan metode *Branch and Cut* adalah sebagai berikut:

1. Membentuk model *Integer Programming*.
2. Mengkonversikan model *Integer Programming* ke dalam bentuk standar.
3. Menyelesaikan *Integer Programming* menggunakan metode dual simpleks.
4. Apabila variabel basis masih memuat pecahan atau belum *integer*. Maka lanjutkan ke Langkah 5.
5. Melakukan percabangan ke dalam sub-masalah. Pilih variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar dari masing-masing variabel.
6. Menyelesaikan permasalahan pada sub-masalah yang sudah ditambahkan kendala baru dengan metode dual simpleks.
7. Apabila sub-masalah belum menghasilkan solusi *integer*, maka pilih sub-masalah dengan nilai z minimum untuk kasus minimum dan z maksimum untuk kasus maksimum, lalu lakukan *Cutting Plane* dengan memilih variabel yang memuat pecahan untuk dijadikan kendala tambahan (*gomory*).
8. Menyelesaikan permasalahan pada Langkah 7 dengan metode dual simpleks.
9. Solusi dikatakan optimal, jika solusi baru bernilai *integer*. Jika tidak maka kembali ke Langkah 5.

Berikut prosedur penyelesaian penelitian dapat digambarkan dalam bentuk *flowchart* sebagai berikut:



Gambar 1. Flowchart penelitian

Integer Programming (IP)

Integer Programming (IP) merupakan bentuk lain dari program linier dimana semua atau sebagian dari variabel keputusannya harus berupa bilangan bulat (*integer*) (Dimiyati & Dimiyati, 2015). Dalam banyak prakteknya, variabel keputusan masuk akal hanya jika mereka memiliki nilai *integer*. Contohnya, dalam penugasan orang, mesin, dan kendaraan untuk beraktivitas dalam jumlah bilangan bulat. Permasalahan ini merupakan permasalahan *Integer Programming (IP)* (Hillier & Lieberman, 2010).

Model persoalan *Integer Programming* secara umum diformulasikan sebagai berikut (Dimiyati & Dimiyati, 2015):

$$\text{Maks / Min } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

Berdasarkan:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq / = / \geq b_i && i = 1, \dots, m \\ x_j &\geq 0, && j = 1, \dots, n \\ x_j &\text{ integer untuk } j = 1, 2, \dots, p \quad (p \leq n) \end{aligned} \quad (2)$$

Beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan *Integer Programming*, yaitu metode *Branch and Bound*, metode *Cutting Plane* dan metode *Branch and Cut*.

Metode Dual Simpleks

Metode dual simpleks digunakan apabila pada penyelesaian permasalahan program linier yang sudah optimal masih ada pembatas non negatif yang tidak terpenuhi (belum fisibel). Maka persoalan tersebut harus diselesaikan menggunakan metode dual simpleks. Pada dasarnya metode dual simpleks menggunakan tabel yang sama seperti metode simpleks biasa, namun untuk menentukan *leaving variable* dan *entering variable*-nya dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut (Dimiyati & Dimiyati, 2015):

1. *Leaving Variable* (LV)

Yang menjadi *leaving variable* adalah variable basis yang memiliki nilai negatif terbesar.

2. *Entering variable* (EV)

a. Menentukan rasio yaitu perbandingan antara koefisien persamaan z dengan koefisien persamaan *leaving variabel* dengan mengabaikan penyebut yang positif atau nol. Persoalan tidak memiliki solusi fisibel apabila semua penyebutnya positif atau nol.

b. Variabel dengan rasio absolut terkecil merupakan *entering variabel* untuk persoalan maksimasi. Sedangkan, untuk persoalan minimasi *entering variable*-nya merupakan variabel dengan rasio terkecil.

3. Apabila pada kolom NK sudah bernilai positif, sedangkan baris fungsi tujuan z sudah bernilai positif atau nol untuk kasus maksimasi dan bernilai negatif atau nol untuk kasus minimasi, maka solusi sudah optimal.

Metode Branch and Cut

Metode *Branch and Cut* merupakan kombinasi dari metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane*. Metode *Branch and Cut* memecahkan masalah atau mencabangkannya menjadi dua sub-masalah yang lebih kecil dan akan dibuat kendala tambahan yang memotong daerah penyelesaian yang layak, sehingga dapat mengeliminasi penyelesaian yang bukan *integer* (Saudidin & Sumarni, 2015).

Adapun langkah-langkah dalam menyelesaikan permasalahan *integer programming* dengan menggunakan metode *Branch and Cut* adalah sebagai berikut (Mitchell, 2002):

1. Membentuk model *Integer Programming*.
2. Mengkonversikan model *Integer Programming* ke dalam bentuk standar. Untuk fungsi kendalanya diubah ke bentuk persamaan, dengan menambahkan variabel *slack* untuk kendala bertanda (\leq), untuk kendala bertanda (\geq) dikurangi dengan variabel *surplus*, dan untuk kendala bertanda ($=$) maka ditambahkan variabel *artificial*.
3. Menyelesaikan *Integer Programming* menggunakan metode dual simpleks.
4. Apabila variabel basis masih memuat pecahan atau belum *integer*. Maka lanjutkan ke Langkah 5.
5. Melakukan percabangan ke dalam sub-masalah. Pilih variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar dari masing-masing variabel. Buat dua pembatas baru yaitu $x_j \leq \lfloor x_j^* \rfloor$ dan $x_j \geq \lceil x_j^* \rceil$.
6. Menyelesaikan permasalahan pada sub-masalah yang sudah ditambahkan kendala baru dengan metode dual simpleks.
7. Apabila sub-masalah belum menghasilkan solusi *integer*, maka pilih sub-masalah dengan nilai z terbaik, lalu lakukan *Cutting Plane* dengan memilih variabel yang memuat pecahan untuk dijadikan kendala tambahan (*gomory*) dengan bentuk persamaan
$$S_{gi} - \sum_{j=1}^n f_{ij}x_j = -f_i.$$
8. Menyelesaikan permasalahan pada Langkah 7 dengan metode dual simpleks.
9. Solusi dikatakan optimal, jika solusi baru bernilai *integer*. Jika tidak maka kembali ke Langkah 5 (Basriati, S, 2018).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penyelesaian menggunakan Metode *Branch and Cut*

Pada penelitian ini, akan diperoleh solusi optimal dengan menggunakan metode *branch and cut*. Adapun solusi optimal yang akan diperoleh yaitu untuk mengetahui berapa jumlah pupuk yang harus digunakan untuk tanaman kelapa sawit agar mendapatkan biaya yang efisien. Tahapan penyelesaian dengan metode *Branch and Cut* ini dimulai dengan membentuk model program linier, kemudian diselesaikan dengan menggunakan metode dual simpleks untuk memperoleh hasil yang optimal. Apabila dari hasil yang optimal tadi masih terdapat variabel keputusan yang bernilai pecahan (*non integer*), maka selanjutnya diselesaikan dengan menggunakan metode *Branch and Cut* sampai solusi yang optimal tercapai.

a. Penyelesaian menggunakan Metode Dual Simpleks

Langkah 1: Membentuk Model *Integer Programming*

1. Variabel Keputusan

Variabel keputusan yang digunakan pada persoalan ini adalah banyaknya jumlah setiap jenis pupuk yang digunakan di perkebunan. Jenis pupuk tersebut berjumlah 5 jenis yaitu Urea, TSP, KCL, Dolomite, NPK Yaramila Winner. Pada penelitian ini terdiri dari 5 variabel keputusan, yaitu :

- x_1 : Banyaknya jumlah pupuk jenis Urea yang harus digunakan;
- x_2 : Banyaknya jumlah pupuk jenis TSP yang harus digunakan;
- x_3 : Banyaknya jumlah pupuk jenis KCL yang harus digunakan;
- x_4 : Banyaknya jumlah pupuk jenis Dolomite yang harus digunakan;
- x_5 : Banyaknya jumlah pupuk jenis NPK Yaramila Winner yang harus digunakan.

2. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan yang digunakan pada permasalahan ini adalah meminimumkan biaya. Berdasarkan Tabel 1, maka dapat dibentuk fungsi tujuan seperti berikut:

$$\text{Minimum } z = 400x_1 + 500x_2 + 500x_3 + 45x_4 + 700x_5 \quad (3)$$

3. Fungsi Kendala

Fungsi kendala pada permasalahan ini dapat dilihat dari jumlah kandungan unsur hara setiap jenis pupuk. Berdasarkan Tabel 1, maka dapat dibuat fungsi kendala sebagai berikut:

Kendala untuk unsur hara Nitrogen diperoleh

$$46x_1 + 15x_5 \geq 404 ;$$

Kendala untuk unsur hara Fosfor diperoleh

$$46x_2 + 9x_5 \geq 243 ;$$

Kendala untuk unsur hara Kalium diperoleh

$$60x_3 + 20x_5 \geq 486 ; \tag{4}$$

Kendala untuk unsur hara Kalsium diperoleh

$$29x_4 \geq 215 ;$$

Kendala untuk unsur hara Magnesiumm diperoleh

$$18x_4 \geq 134.$$

4. Model *Integer Programming*

Berdasarkan Persamaan (3) dan (4), dapat dibentuk model *Integer Programming* sebagai berikut:

$$\text{Minimum } z = 400x_1 + 500x_2 + 500x_3 + 45x_4 + 700x_5$$

Kendala

$$46x_1 + 15x_5 \geq 404$$

$$46x_2 + 9x_5 \geq 243$$

$$60x_3 + 20x_5 \geq 486 \tag{5}$$

$$29x_4 \geq 215$$

$$18x_4 \geq 134$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \quad ; \quad x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \text{ integer}$$

Langkah 2: Mengkonversikan Model *Integer Programming* ke dalam Bentuk Standar. Karena semua pembatas bertanda (\geq), maka diselesaikan dengan metode dual simpleks dengan mengubah semua pembatas menjadi pertidaksamaan yang bertanda (\leq) dengan mengalikan -1 pada setiap kendala lalu ditambahkan variabel *slack*.

$$\text{Minimum } z = 400x_1 + 500x_2 + 500x_3 + 45x_4 + 700x_5 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + 0S_5$$

Kendala

$$-46x_1 - 15x_5 + S_1 = -404$$

$$-46x_2 - 9x_5 + S_2 = -243 \tag{6}$$

$$-60x_3 - 20x_5 + S_3 = -486$$

$$-29x_4 + S_4 = -215$$

$$-18x_4 + S_5 = -134$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 \geq 0$$

Iterasi 1 :

Langkah 3 : Menentukan variabel basis dan nonbasis, lalu dimasukkan kedalam tabel awal simpleks.

Berdasarkan Persamaan (6) diketahui variabel basisnya yaitu S_1, S_2, S_3, S_4 dan S_5 . Yang menjadi variabel nonbasisnya yaitu x_1, x_2, x_3, x_4 , dan x_5 . Lalu elemen-elemen pada Persamaan (6) dimasukkan ke dalam tabel awal simpleks berikut:

Tabel 2. Awal Simpleks untuk Metode Dual Simpleks

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	NK
z	-400	-500	-500	-45	-700	0	0	0	0	0	0
S_1	-46	0	0	0	-15	1	0	0	0	0	-404
S_2	0	-46	0	0	-9	0	1	0	0	0	-243
S_3	0	0	-60	0	-20	0	0	1	0	0	-486
S_4	0	0	0	-29	0	0	0	0	1	0	-215
S_5	0	0	0	-18	0	0	0	0	0	1	-134

LV

EV

Langkah 4 : Menentukan *leaving variable*

Berdasarkan Tabel 2, didapatkan baris S_3 sebagai *leaving variable* karena variabel basis atau nilai pada kolom NK memiliki nilai negatif terbesar yaitu -486 .

Langkah 5 : Menentukan *entering variable*

Menentukan *entering variable* yaitu dengan mencari rasio antara koefisien persamaan z dengan koefisien persamaan *leaving variable*, sehingga diperoleh :

Tabel 3. Rasio Metode Dual Simpleks Iterasi 1

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
z	-400	-500	-500	-45	-700	0	0	0	0	0
S_3	0	0	-60	0	-20	0	0	1	0	0
Rasio	-	-	$\frac{25}{3}$	-	35	0	0	0	0	0

Berdasarkan Tabel 3, didapat x_3 sebagai *entering variable* karena memiliki nilai rasio terkecil, yaitu $x_3 = \frac{25}{3} = 8,33$.

Langkah 6 : Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk membuat tabel baru, lalu menghitung nilai z yang baru yang dapat dilihat pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4. Iterasi 1 Metode Dual Simpleks

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	NK
z	-400	-500	0	-45	$-\frac{1600}{3}$	0	0	$-\frac{25}{3}$	0	0	4050
S_1	-46	0	0	0	-15	1	0	0	0	0	-404
S_2	0	-46	0	0	-9	0	1	0	0	0	-243
x_3	0	0	1	0	$\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{60}$	0	0	$\frac{81}{10}$
S_4	0	0	0	-29	0	0	0	0	1	0	-215
S_5	0	0	0	-18	0	0	0	0	0	1	-134

Berdasarkan Tabel 4, koefisien pada baris z bernilai negatif atau nol, maka solusi sudah optimal. Akan tetapi, solusi awalnya tidak feasible karena nilai ruas kanan berharga negatif maka iterasi dilanjutkan. Setelah melakukan iterasi sebanyak lima kali, maka diperoleh solusi optimal yang dapat dilihat pada Tabel 5 berikut:

Tabel 5. Solusi Optimal Metode Dual Simpleks

VB	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	NK
z	0	0	0	0	$-\frac{21050}{69}$	$-\frac{200}{23}$	$-\frac{250}{23}$	$-\frac{25}{3}$	0	$-\frac{5}{2}$	$\frac{242405}{23}$
x_1	1	0	0	0	$\frac{15}{46}$	$-\frac{1}{46}$	0	0	0	0	$\frac{202}{23}$
x_2	0	1	0	0	$\frac{9}{46}$	0	$-\frac{1}{46}$	0	0	0	$\frac{243}{46}$
x_3	0	0	1	0	$\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{60}$	0	0	$\frac{81}{10}$
x_4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{18}$	$\frac{67}{9}$
S_4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	$-\frac{29}{18}$	$\frac{8}{9}$

Berdasarkan Tabel 5, dapat dilihat koefisien pada baris z sudah bernilai nol atau negatif (untuk kasus minimasi). Maka, solusi optimal telah tercapai. Akan tetapi, solusi optimal *integer* belum tercapai karena nilai variabel keputusan masih ada yang bernilai pecahan. Maka, lakukan langkah berikutnya yaitu membuat percabangan (*Bound*).

b. Penyelesaian menggunakan Metode Branch and Cut

Langkah 5: Melakukan percabangan kedalam sub-masalah.

Berdasarkan dari solusi optimal yang sudah didapat, masih terdapat variabel keputusan yang bernilai pecahan, yaitu $x_1 = \frac{202}{23} = 8,78$; $x_2 = \frac{243}{46} = 5,28$; $x_3 = \frac{81}{10} = 8,1$; $x_4 = \frac{67}{9} = 7,44$. Maka, pilih

variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar yaitu x_1 sebagai variabel untuk percabangan dan tambahkan pembatas baru yaitu $x_1 \leq 8$ untuk sub-masalah 2 dan $x_1 \geq 9$ untuk sub-masalah 3.

Langkah 6: Menyelesaikan permasalahan pada sub-masalah yang sudah ditambahkan pembatas baru dengan mengubah model pada sub-masalah tersebut kedalam bentuk standar lalu diselesaikan dengan metode dual simpleks. Berikut adalah bentuk standar untuk sub-masalah 2 dan sub-masalah 3

Sub-masalah 2

$$\text{Minimum } z = 400x_1 + 500x_2 + 500x_3 + 45x_4 + 700x_5 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + 0S_5 + 0S_6$$

Dengan Kendala

$$\begin{aligned} -46x_1 - 15x_5 + S_1 &= -404 \\ -46x_2 - 9x_5 + S_2 &= -243 \\ -60x_3 - 20x_5 + S_3 &= -486 \\ -29x_4 + S_4 &= -215 \\ -18x_4 + S_5 &= -134 \\ x_1 + S_6 &= 8 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6 &\geq 0 \end{aligned} \tag{7}$$

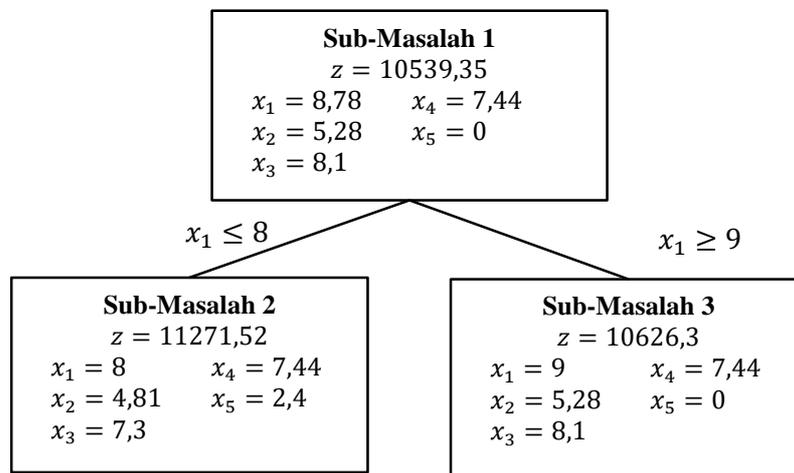
Sub-masalah 3

$$\text{Minimum } z = 400x_1 + 500x_2 + 500x_3 + 45x_4 + 700x_5 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + 0S_5 + 0S_6$$

Dengan Kendala

$$\begin{aligned} -46x_1 - 15x_5 + S_1 &= -404 \\ -46x_2 - 9x_5 + S_2 &= -243 \\ -60x_3 - 20x_5 + S_3 &= -486 \\ -29x_4 + S_4 &= -215 \\ -18x_4 + S_5 &= -134 \\ -x_1 + S_6 &= -9 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6 &\geq 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Dengan menggunakan metode dual simpleks didapat solusi optimal untuk sub-masalah 2 dan sub-masalah 3 sebagai berikut:



Gambar 2. Percabangan Model Sub-Masalah 2 dan Sub-Masalah 3

Berdasarkan Gambar 2, nilai variabel keputusan pada sub-masalah 2 dan sub-masalah 3 masih belum *integer*. Maka lanjut kelangkah berikutnya.

Langkah 7 : Lakukan metode *cutting plane* dengan menambahkan pembatas tambahan (*gomory*). Berdasarkan Gambar 2, diketahui bahwa pada sub-masalah 2 dan sub-masalah 3 solusi optimal *integer* belum tercapai, karena masih memiliki variabel keputusan yang bernilai pecahan. Maka, pilih sub-masalah yang memiliki nilai z terkecil, yaitu sub-masalah 3 dengan nilai $z = 10626,3$ dan variabel keputusan yang masih bernilai pecahan yaitu $x_2 = 243/46 = 5,28$; $x_3 = 81/10 = 8,1$; $x_4 = 67/9 = 7,44$. Kemudian, tambahkan pembatas tambahan (*gomory*) dengan memilih variabel keputusan yang memiliki nilai pecahan terbesar, yaitu x_4 . Maka didapatkan persamaan:

$$\begin{aligned} x_4 - \frac{1}{18}S_5 &= \frac{67}{9} \\ x_4 + \left(-1 + \frac{17}{18}\right)S_5 &= 7 + \frac{4}{9} \end{aligned} \tag{9}$$

Sehingga pembatas tambahan (*gomory*) yang akan ditambahkan adalah:

$$\begin{aligned} \frac{17}{18}S_5 &\geq \frac{4}{9} \\ -\frac{17}{18}S_5 &\leq -\frac{4}{9} \\ -\frac{17}{18}S_5 + S_{g1} &= -\frac{4}{9} \end{aligned} \tag{10}$$

$$S_{g1} - \frac{17}{18}S_5 = -\frac{4}{9} \tag{11}$$

Fungsi kendala pada Persamaan (10) dapat diubah menjadi:

$$\begin{aligned} S_1 &= -404 + 46x_1 + 15x_5 \\ S_2 &= -243 + 46x_2 + 9x_5 \\ S_3 &= -486 + 60x_3 + 20x_5 \\ S_4 &= -215 + 29x_4 \\ S_5 &= -134 + 18x_4 \\ S_6 &= -9 + x_1 \end{aligned} \tag{12}$$

Selanjutnya, substitusikan Persamaan (12) ke dalam Persamaan (10), sebagai berikut:

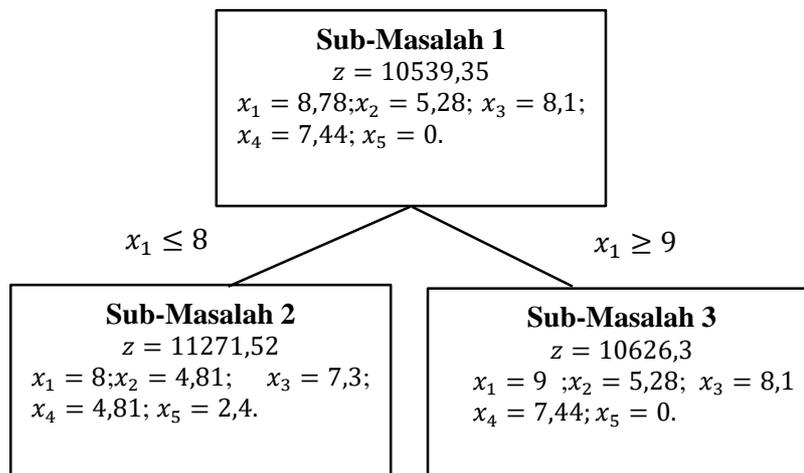
$$\begin{aligned} \frac{17}{18}S_5 &\geq \frac{4}{9} \\ \frac{17}{18}(-134 + 18x_4) &\geq \frac{4}{9} \\ -\frac{1139}{9} + 17x_4 &\geq \frac{4}{9} \\ 17x_4 &\geq \frac{4}{9} + \frac{1139}{9} \\ 17x_4 &\geq 127 \end{aligned} \tag{13}$$

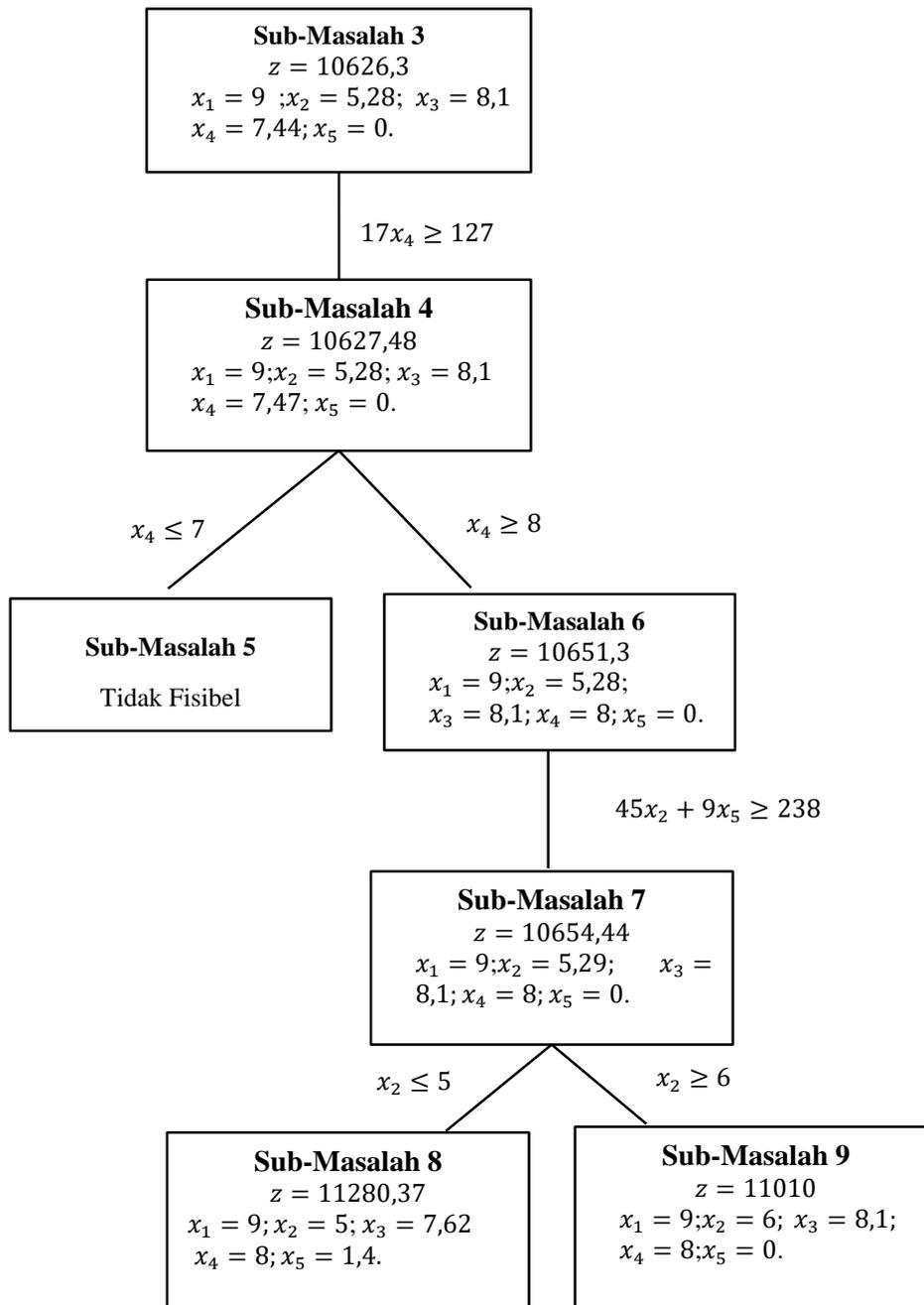
Persamaan (13) merupakan bentuk lain dari Persamaan (10) dan akan menjadi pembatas tambahan untuk sub-masalah 4.

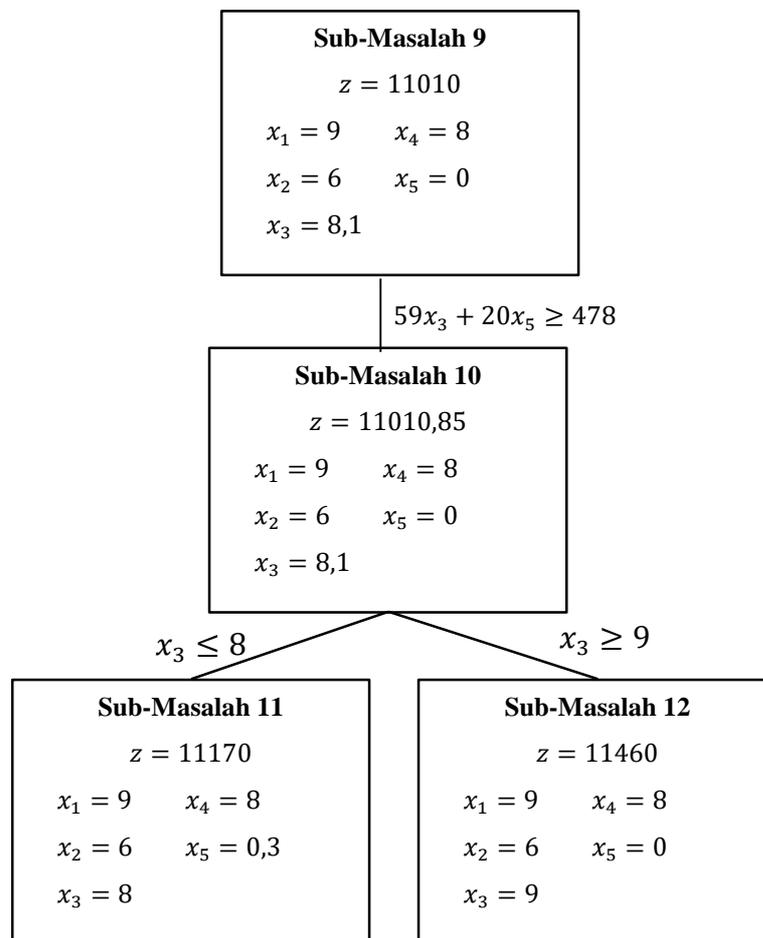
Selanjutnya, menyelesaikan permasalahan pada sub-masalah 4 dengan metode dual simpleks, sehingga diperoleh solusi optimal untuk sub-masalah 4 yaitu: $z = 4155345/391 = 10627,48$; $x_1 = 9$; $x_2 = 243/46 = 5,28$; $x_3 = 81/10 = 8,1$; $x_4 = 127/17 = 7,47$; $x_5 = 0$.

Dapat dilihat pada sub-masalah 4 solusi optimal *integer* belum tercapai, maka kembali melakukan percabangan. Setelah melakukan percabangan dan *cutting plane* hingga didapat solusi optimal *integer* pada sub-masalah 12 yaitu $z = 11460$; $x_1 = 9$; $x_2 = 6$; $x_3 = 9$; $x_4 = 8$; $x_5 = 0$

Berikut ini adalah gambar percabangan secara keseluruhan dari penyelesaian dengan metode *Branch and Cut*:







Gambar 3. Percabangan Keseluruhan dengan Metode *Branch And Cut*

Berdasarkan Gambar 3, karena sub-masalah 12 sudah bernilai *integer* maka solusi sudah optimal. Sehingga diperoleh solusi optimal $x_1 = 9; x_2 = 6; x_3 = 9; x_4 = 8; x_5 = 0$. Artinya bahwa pemilik perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar harus menyediakan pupuk jenis Urea (x_1) sebanyak 9 karung, pupuk jenis TSP (x_2) sebanyak 6 karung, pupuk jenis KCL (x_3) sebanyak 9 karung, pupuk Dolomite (x_4) sebanyak 8 karung, dan tidak perlu menyediakan pupuk NPK Yaramila Winner (x_5) agar mendapat biaya minimum (z) sebesar Rp. 11.460.000 untuk setiap hektarnya dalam satu tahun.

Selain itu, untuk mengetahui berapa kandungan unsur hara yang dibutuhkan tanaman kelapa sawit pada perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar dapat dilakukan dengan mensubstitusikan solusi optimal *integer* yang telah didapat ke dalam fungsi kendala pada Persamaan (5), sebagai berikut:

Kendala untuk unsur hara Nitrogen diperoleh:

$$46(9) + 15(0) = 414 ;$$

Kendala untuk unsur hara Fosfor diperoleh:

$$46(6) + 9(0) = 276 ;$$

Kendala untuk unsur hara Kalium diperoleh:

$$60(9) + 20(0) = 540 ;$$

Kendala untuk unsur hara Kalsium diperoleh:

$$29(8) = 232 ;$$

Kendala untuk unsur hara Magnesiumm diperoleh:

$$18(8) = 144.$$

Jadi, dapat disimpulkan bahwa tanaman kelapa sawit pada perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar membutuhkan nitrogen sebanyak 414%, fosfor sebanyak 276%, kalium sebanyak 540%, kalsium sebanyak 232%, dan magnesium sebanyak 144% dalam satu tahun untuk setiap hektarnya. Penelitian ini telah diuji menggunakan *software POM-QM for windows* diperoleh hasil yang sama untuk solusi optimal yang dapat dilihat pada Gambar 4 berikut:

	X1	X2	X3	X4	X5		RHS
Minimize	400	500	500	45	700		
Constraint 1	46	0	0	0	15	>=	404
Constraint 2	0	46	0	0	9	>=	243
Constraint 3	0	0	60	0	20	>=	486
Constraint 4	0	0	0	29	0	>=	215
Constraint 5	0	0	0	18	0	>=	134
Variable type (click to set)	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		
Solution->	9	6	9	8	0	Optimal Z->	11460

Gambar 4. Hasil *Software POM-QM for windows*

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa:

1. Berdasarkan hasil Solusi optimal menggunakan metode *Branch and Cut*, pemilik perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar harus menyediakan pupuk jenis Urea sebanyak 9 karung, pupuk jenis TSP sebanyak 6 karung, pupuk jenis KCL sebanyak 9 karung, pupuk Dolomite sebanyak 8 karung, dan tidak perlu menyediakan pupuk jenis NPK Yaramila Winner sehingga diperoleh biaya minimum yang harus dikeluarkan sebesar Rp. 11.460.000 untuk setiap hektarnya dalam satu tahun.
2. Tanaman kelapa sawit pada perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar membutuhkan nitrogen sebanyak 414%, fosfor sebanyak 276%, kalium sebanyak 540%, kalsium sebanyak 232%, dan magnesium sebanyak 144% dalam satu tahun untuk setiap hektarnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Basriati, S. (2018). Integer Linear Programming Dengan Pendekatan Metode Cutting Plane dan Branch and Bound untuk Optimasi Produksi Tahu. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 4(2), 95–104.
- Basriati, S., Nurfarahim, Andiraja, N., & Rahma, A. N. (2018). Penggunaan metode cutting plane dalam menentukan solusi integer linear programming (studi kasus: Dinas perikanan pemerintah kabupaten kampar). *Seminar Nasional Teknologi Informasi Komunikasi Dan Industri*, 741–747.
- Budiargo, A., & Purwanto, R. (2015). Manajemen Pemupukan Kelapa Sawit (*Elaeis guineensis* Jacq.) di Perkebunan Kelapa Sawit, Kalimantan Barat. *Buletin Agrohorti*, 3(2), 221–231.
- Dimiyati, T. T., & Dimiyati, A. (2015). *Operasi Research Model-Model Pengambilan Keputusan* (2nd ed.). Sinar Baru Algesindo.
- Fauzi, Y., Widyastuti, Y. E., Satyawibawa, I., & Paeru, R. H. (2012). *Kelapa Sawit*. Depok: Penebar Swadaya, 2012.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2010). *Introduction to Operations Research* (9th ed.). McGraw-Hill.
- Kholilah, N. (2015). *Aplikasi Metode Branch and Cut dalam Optimasi Produksi Pot Bunga (Studi Kasus: UD. Pot Bunga Mukhlis Rangkuti, Gelugur)*. Universitas Sumatera Utara.
- Meflinda, A. (2011). *Operations Research (Riset Operasi)*. UR Press.
- Mitchell, J. E. (2002). Branch-and-cut algorithms for combinatorial optimization problems. *Handbook of Applied Optimization*, 1, 65–77.
- Safitri, E., Basriati, S., & Ulya, W. (2020). Penerapan Metode Cutting Plane untuk Optimasi Biaya Pemupukan pada Tanaman Cabai (Studi Kasus: Kelompok Wanita Tani Sentosa Santul). *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 6(1).
- Sauddin, A., & Sumarni, K. (2015). Optimasi Jumlah Produk dengan pendekatan metode Branch and Cut. *Jurnal MSA*, 3, 53–60.