

EKSPLORASI *MATHLET* DAN KOOPERATIF *THINK-PAIR-SHARE* UNTUK MENINGKATKAN KUALITAS PERKULIAHAN MNASB

Gede Suweken

Universitas Pendidikan Ganesha, Jl. Udayana, Singaraja
Email: gdsuweken5@gmail.com

Abstract: The Exploration of Mathlet and Cooperative Think-Pair-Share to Improve Instructional Quality of IBSP. The primary aim of this study was to improve the instructional quality of the Initial and Boundary Scores Problems (IBSP) by integrating the exploratory *mathlets*. Through this integrated process the classroom instructional activities would be expected to improve and in turn it would improve the students' achievement as well. To achieve this aim a classroom action research had been conducted involving the students of Mathematics Department at Semester VII. The data of the students' achievements were collected by using achievement tests, while their responses towards the given treatments were obtained by using questionnaires. The results of a descriptive analysis indicated that the students' understanding about the concepts had been improved. The Mean scores of their achievement improved from 5.9 (at the initial stages) into 7.0 (by the end of the treatment). While the students' scores of their responses (appreciation) towards their treatment also improved from 24.7 (average point) to 27.2 (good category).

Abstrak: Eksplorasi Mathlet dan Kooperatif Think-Pair-Share untuk Meningkatkan Kualitas Perkuliahan MNASB. Tujuan utama penelitian ini adalah untuk meningkatkan kualitas perkuliahan Masalah Nilai Awal dan Syarat Batas (MNASB) dengan pengintegrasian mathlet yang eksploratif. Dengan peningkatan kualitas perkuliahan ini diharapkan pemahaman mahasiswa terhadap konsep-konsep yang dibelajarkan menjadi lebih baik. Untuk mencapai tujuan tersebut sebuah Penelitian Tindakan Kelas telah dilaksanakan dengan subjek penelitian adalah mahasiswa semester VII Jurusan Pendidikan Matematika Undiksha. Data penelitian berupa pemahaman konsep dikumpulkan dengan menggunakan tes hasil belajar, sementara data berupa respon mahasiswa terhadap tindakan yang telah diberikan dikumpulkan dengan kuesioner. Data tersebut selanjutnya diolah secara deskriptif. Hasil pengolahan data menunjukkan bahwa telah terjadi peningkatan pemahaman konsep mahasiswa yang tercermin dari peningkatan hasil belajar mahasiswa dari 5,9 pada awal penelitian menjadi 7,0 pada akhir penelitian. Respon mahasiswa terhadap tindakan yang diberikan juga mengalami peningkatan dari 24,7 (cukup) menjadi 27,2 (baik).

Kata-kata Kunci: *mathlet*, *think-pair-share*, pemahaman konsep.

Masalah Nilai Awal dan Syarat Batas (MNASB) adalah salah satu mata kuliah wajib bagi mahasiswa jurusan Pendidikan Matematika. Isi dari mata kuliah ini adalah tentang persamaan diferensial parsial, cara menyelesaikannya, dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari, teknologi, dan sains. Mata kuliah ini ditawarkan pada semester VII dan pada dasarnya merupakan muara akhir dari seluruh mata kuliah yang

termasuk dalam rumpun kalkulus. Karena MNASB merupakan muara dari seluruh mata kuliah kalkulus, yaitu Kalkulus Diferensial (semester I), Kalkulus Integral (semester II), Kalkulus Lanjut (semester III), Persamaan Diferensial Biasa (semester V), dan Persamaan Diferensial Lanjut (semester VI), penguasaan yang komprehensif terhadap keseluruhan ide dan konsep kalkulus sebelumnya merupakan syarat

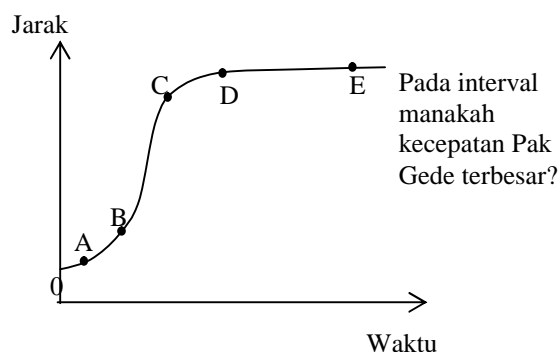
mutlak bagi kesuksesan seorang mahasiswa dalam mengi-ikuti mata kuliah MNASB.

Pengalaman mengampu mata kuliah MNASB selama beberapa tahun menunjukkan bahwa penguasaan mahasiswa tentang konsep atau ide-ide kalkulus yang mendasari MNASB masih terlalu sempit, belum multi-representasi, dan bersifat prosedural. Akibat dari ketidak-mampuan mahasiswa memahami konsep-konsep matematika secara multi-representasi, mereka mengalami kesulitan dalam memahami konsep-konsep dalam MNASB. Walaupun kelihatannya kompleks, ide-ide MNASB sebenarnya tetap sama dengan ide-ide kalkulus yang sudah dipelajari sebelumnya. Untuk menunjukkan bahwa kelemahan yang telah disebutkan di atas, tes diberikan kepada 37 orang mahasiswa semester 4 dan 6. Tes tersebut terdiri dari soal-soal berikut.

1. Hitunglah a. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$

b. $\int_3^6 |x - 5| dx$

2. Grafik di bawah ini menunjukkan riwayat perjalanan Pak Gede dari rumah ke kampus pada suatu pagi.



Tabel 01 berikut adalah distribusi mahasiswa yang menjawab dengan benar pada masing-masing soal di atas:

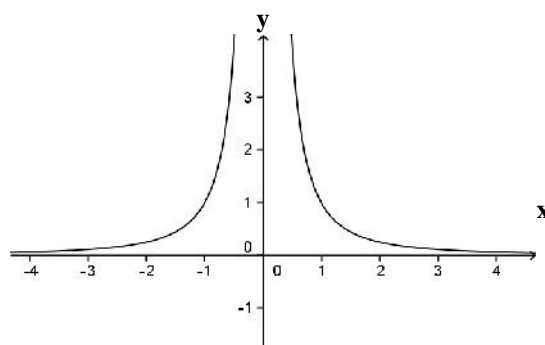
Tabel 01. Distribusi Mahasiswa Menjawab Benar untuk Setiap Soal.

Soal No.	Banyaknya mahasiswa yang benar
1 a	3 (8,11 %)
1 b	12 (32,43 %)
2	32 (86,49 %)

Pengamatan terhadap jawaban yang diberikan oleh mahasiswa terhadap kedua soal di atas menunjukkan bahwa kelemahan mahasiswa masih tetap sama. Soal 1a, misalnya, hanya dijawab secara prosedural dan analitik, tanpa pernah menyadari apakah jawaban yang diberikan masuk akal (*making sense*) atau tidak.

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \int_{-1}^1 x^{-2} dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{-2+1} x^{-2+1} dx = -1 \int_{-1}^1 x^{-1} dx = \frac{-1}{x} \Big|_{-1}^1 = -1 - 1 = -2$$

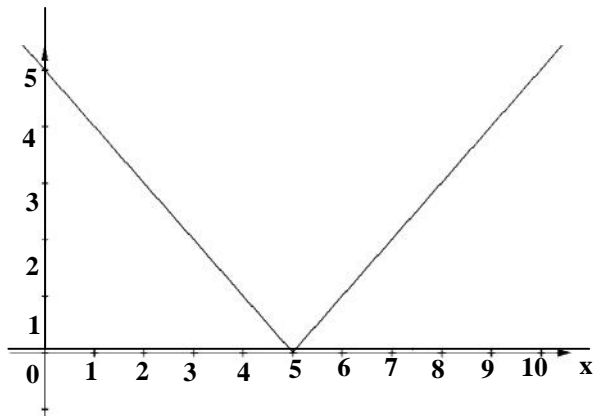
Mengingat fungsi $\frac{1}{x^2}$ adalah fungsi yang definit positif, seluruh grafiknya berada di atas sumbu x. Karena integral dari suatu fungsi menunjukkan luas daerah, maka mahasiswa seharusnya mencurigai hasil negatif yang diperoleh di atas. Tentu saja tidak ada luas daerah yang negatif.



Gambar 01. Grafik $y = -\frac{1}{x^2}$

Jawaban terhadap soal 1b sebagian besar juga bersifat analitik-prosedural. Dari 12 orang mahasiswa, hanya 4 orang mahasiswa menjawab soal dengan benar dengan menyertakan grafik. Beberapa mahasiswa dapat memahami konsep harga mutlak dengan baik, tetapi mereka gagal memberikan jawaban benar karena tidak menyesuaikan batas-batas integrasi yang sejalan

dengan definisi fungsi harga mutlak tersebut. Fungsi harga mutlak adalah fungsi yang agak kompleks jika didekati secara analitik. Grafik fungsi harga mutlak sebenarnya tidak terlalu sulit untuk digambar, tetapi mahasiswa tidak pernah menyadari bahwa grafik bisa menjadi alat ampuh untuk menyelesaikan suatu soal. Hal ini disebabkan oleh pemahaman mahasiswa yang hanya bersifat analitik dan prosedural.



Gambar 02. Grafik dari $y = |x - 5|$

Hanya soal nomor 2 yang bisa dijawab oleh sebagian besar mahasiswa. Untuk soal ini, jawaban mahasiswa benar-benar hanya bertumpu pada kemampuan membaca grafik, tidak ada kalkulus sama sekali. Jadi, terlihat bahwa mahasiswa memiliki kemampuan membaca grafik, namun jarang menggunakannya dalam memecahkan masalah-masalah matematika.

Jika representasi visual dimanfaatkan dalam menyelesaikan soal di atas, mungkin diperlukan waktu 5 menit saja untuk menyelesaikannya secara benar. Penggunaan pendekatan visual dalam menyelesaikan soal-soal di atas akan memberikan hasil tak ada jawaban (∞) untuk soal 1a, jumlah dua luas segitiga untuk soal 1b adalah $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot f(3) + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot f(6) = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$. Untuk soal 2, jawabannya hanya menggunakan konsep bahwa kecepatan adalah turunan pertama dari jarak dan bahwa turunan berkaitan dengan gradien garis singgung. Pada interval B dan C (pada soal 2) gradien garis singgung paling curam, pada interval inilah kecepatan Pak Gede paling tinggi. Jadi, ketiga soal di atas

benar-benar hanya memerlukan kemampuan visual dalam menjawabnya.

Analisis terhadap jawaban mahasiswa di atas secara jelas menunjukkan kelemahan mahasiswa dalam mata kuliah kalkulus, yakni penguasaan mereka terhadap konsep-konsep kalkulus bersifat analitik, prosedural, tidak multi-representatif, dan tanpa makna. Kelemahan seperti ini sebenarnya tidak hanya terjadi pada mata kuliah kalkulus, tetapi juga pada kuliah Geometri Analitika Bidang. Pada Geometri Analitika Bidang ini, mahasiswa terlalu banyak dan terlalu sering menjawab soal yang diberikan hanya dengan memanipulasi simbol tanpa gambar sama sekali. Padahal, mata kuliah Geometri Analitik adalah mata kuliah yang memerlukan gambar atau grafik.

Kelemahan-kelemahan yang disebutkan di atas harus diatasi agar mereka bisa mengikuti perkuliahan MNASB dengan sukses. Selain itu, sangat penting bagi mahasiswa sebagai calon guru matematika untuk menyadari bahwa konsep-konsep matematika harus dipahami secara multi-representatif dan bermakna, tidak dihafal begitu saja. Pemahaman mahasiswa yang baik, komprehensif, dan multi-representatif terhadap konsep-konsep matematika merupakan modal dasar bagi mereka untuk bisa membelajarkan matematika dengan baik kepada siswa di sekolah menengah. Karakteristik matematika sekolah, yaitu: (1) matematika sebagai kegiatan penelusuran pola dan hubungan, (2) matematika sebagai kreativitas yang memerlukan imajinasi, intuisi, dan penemuan, (3) matematika sebagai kegiatan pemecahan masalah (*problem solving*), dan (4) matematika sebagai alat berkomunikasi (Depdiknas, 2004: 2-4). Hal ini memerlukan pemahaman konsep yang baik, komprehensif dan multi-representatif.

Pentingnya multi-representasi, khususnya visualisasi dalam matematika, sudah lama disadari oleh para matematikawan. Dalam buku *How to Solve It*, Polya (1973) menyatakan “*draw a figure*” sebagai salah satu strategi dalam pemecahan masalah (*Problem Solving*). Matematikawan yang lain, menyatakan:

in mathematics research, proof is but the last stage of the process. Before there can be a proof, there must be an idea of what theorems are worth proving or what theorems might be true. This exploratory stage of mathematical thinking benefit from building up an overall picture of relationship and such a picture can benefit from a visualization. (Tall, 1991: 105).

Lebih lugas lagi mengenai peranan visualisasi, Chernoff (dalam Klotz, 1991: 95) menulis:

a mathematician does not attain an understanding of a proof merely by checking that all the individual steps have been strung together according to the rules. What is crucial is to see through the technicalities, to grasp the underlying ideas and intuition, which often can be expressed concisely and even pictorially.

Bagaimana mengatasi kelemahan mahasiswa yang memandang bahwa matematika hanya secara analitik-prosedural? Salah satu caranya adalah dengan mengintegrasikan penggunaan *mathlet* dalam perkuliahan MNASB. Yang dimaksud dengan *mathlet* dalam penelitian ini adalah *mathematical applet*, yakni media pembelajaran berbasis komputer yang tidak terlalu besar yang dirancang khusus untuk membantu mahasiswa melakukan eksplorasi terhadap suatu konsep matematika tertentu. Pembelajaran matematika seharusnya bersifat eksploratif, artinya konsep-konsep yang hendak dibelajarkan tidak diberikan dalam bentuk yang sudah jadi, melainkan melalui suatu masalah yang harus dieksplorasi secara dinamik oleh mahasiswa. Dengan pembelajaran seperti ini, keterlibatan mahasiswa dalam pembelajaran diharapkan meningkat yang pada akhirnya akan membuat konsep yang dipelajari menjadi lebih bermakna, lebih kaya, lebih lama diingat dan lebih siap untuk diaplikasikan ke bidang lain. Pembelajaran eksploratif berbantuan *mathlet* diharapkan akan dapat meningkatkan kualitas pembelajaran MNASB. Pengalaman belajar seperti ini tentu akan menjadi modal dasar bagi mahasiswa calon guru matematika dalam membelajarkan siswanya di kemudian hari.

Berdasarkan paparan di atas, masalah yang dipecahkan melalui penelitian ini, yaitu: (1)

bagaimanakah kemampuan multi-representatif dan pemaknaan mahasiswa terhadap konsep-konsep MNASB setelah mereka belajar secara eksploratif berbantuan *mathlet*; (2) bagaimanakah pemahaman mahasiswa terhadap konsep-konsep MNASB; (3) bagaimanakah tingkat keterlibatan mahasiswa dalam perkuliahan MNASB; (4) Apakah kendala pengintegrasian *mathlet* dalam perkuliahan MNASB, dan (5) Bagaimanakah respon mahasiswa terhadap tindakan yang diberikan?

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas (PTK) dengan subjek penelitian adalah mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Undiksha tahun akademik 2009/2010 yang memprogramkan mata kuliah MNASB. Dari dua kelas yang diampu pada tahun akademik 2009/2010, satu kelas digunakan sebagai subjek penelitian, yaitu kelas C. Pemilihan kelas ini semata-mata didasarkan atas pengalaman sebelumnya, yaitu kelas A lebih unggul daripada kelas C.

PTK yang dilakukan terdiri atas beberapa siklus dengan setiap siklus terdiri dari empat tahap, yaitu (1) penentuan masalah dan perencanaan tindakan untuk pemecahannya, (2) pelaksanaan tindakan yang sudah direncanakan, (3) observasi dan evaluasi terhadap tindakan yang sudah dilakukan, dan (4) refleksi terhadap hasil yang dicapai untuk selanjutnya bisa dilakukan perbaikan pada tindakan berikutnya. Refleksi awal tentang kendala-kendala yang dialami selama ini dalam perkuliahan MNASB mengawali pelaksanaan PTK ini. Refleksi awal ini menghasilkan perumusan masalah yang pemecahannya dicari melalui penelitian ini.

Berdasarkan atas kajian teori yang relevan dan beberapa hasil penelitian, tindakan yang dipandang paling relevan untuk memecahkan masalah yang dialami mahasiswa dalam perkuliahan MNASB adalah dengan cara membelajarkan mereka secara eksploratif dengan bantuan *mathlet*. Selain itu, untuk lebih menyempurnakan

proses eksplorasi dan pengkonstruksian konsep, proses pemaknaan dan proses pemahaman terhadap konsep-konsep yang dipelajari, pembelajaran berbantuan *mathlet* di atas dilakukan mahasiswa secara kooperatif *think-pair-share*. Pertama-tama masalah disajikan untuk memotivasi mahasiswa berpikir (*think*). Setelah itu, mahasiswa membentuk pasangan (*pair*) untuk melakukan eksplorasi terhadap masalah yang telah diberikan dengan bantuan *mathlet*. Dengan berpasangan seperti ini, mahasiswa diharapkan bisa saling memberi dan menerima (*sharing*) pendapat atau ide dalam proses pengkonstruksian dan pemaknaan konsep-konsep yang dipelajari. Proses diskusi, mempertahankan pendapat, dan menyanggah pendapat teman yang menjadi pasangan dapat mempertajam pemahaman mereka terhadap konsep yang sedang dipelajari. Akhirnya, pemahaman yang telah dicapai pada tingkatan *pair* dipertajam lagi pada tingkatan yang lebih luas melalui presentasi hasil (*share*) pada tingkat kelas. Dengan demikian, melalui pembelajaran eksploratif berbasis *mathlet* ber-setting kooperatif *think-pair-share* mahasiswa diharapkan dapat: (1) menyadari bahwa konsep-konsep matematika bersifat multi-representatif, (2) memaknai konsep-konsep MNASB dengan baik, tidak hanya dihapal, (3) meningkat keterlibatannya dalam perkuliahan, dan (4) memahami konsep-konsep MNASB pada khususnya dan matematika pada umumnya.

Untuk mengetahui berhasil tidaknya penelitian ini dalam meningkatkan kualitas perkuliahan, tiga jenis instrumen digunakan. Ketiga jenis instrumen tersebut adalah: tes hasil belajar, pedoman observasi, dan kuesioner. Tes hasil belajar digunakan untuk mengukur kemampuan multi-representasi, kemampuan memaknai konsep, dan tingkat pemahaman mahasiswa terhadap konsep-konsep MNASB. Tes ini disusun dengan memperhatikan tujuan yang harus dicapai mahasiswa setelah mereka belajar. Analisis terhadap hasil tes dilakukan dengan cara menghitung *mean* ideal (M_i) dan *standard deviation* ideal (SD_i). $M_i = \frac{1}{2}$ (skor maksimum + skor minimum) dan $SD_i = \frac{1}{6}$ (skor maksimum – skor

minimum). Skor rata-rata (\bar{X}) yang diperoleh oleh maha-siswa kemudian dikonversi menggunakan kriteria pada Tabel 02.

Tabel 02. Pedoman Konversi Skor Hasil Belajar

Rentangan Skor	Nilai
$M_i + 1,5 SD_i \leq \bar{X}$	A
$M_i + 0,5 SD_i \leq \bar{X} < M_i + 1,5 SD_i$	B
$M_i - 0,5 SD_i \leq \bar{X} < M_i + 0,5 SD_i$	C
$M_i - 1,5 SD_i \leq \bar{X} < M_i - 0,5 SD_i$	D
$\bar{X} < M_i - 1,5 SD_i$	E

Instrumen kedua berupa pedoman observasi yang digunakan untuk mengukur tingkat keterlibatan mahasiswa dalam perkuliahan. Pedoman observasi tentang keterlibatan mahasiswa dalam perkuliahan terdiri atas lima perilaku yang dapat diamati, yaitu: (1) sikap ketika mengikuti perkuliahan, (2) perhatian terhadap perkuliahan, (3) tanggung jawab, (4) partisipasi dalam perkuliahan, dan (5) kesiapan mengikuti evaluasi. Setiap perilaku ini dideskripsikan oleh empat deskriptor, yang masing-masing memiliki skor 1 sampai dengan 4. Skor 1 adalah skor untuk perilaku yang paling tidak diharapkan, sementara skor 4 adalah skor untuk perilaku yang paling diharapkan. Dengan demikian, skor maksimal ideal yang mungkin adalah 20 dan skor minimalnya adalah 5. M_i dan SD_i dalam hal ini masing-masing adalah 12,5 dan 2,5. Skor rata-rata keterlibatan mahasiswa, \bar{K} , kemudian dikonversi menggunakan Tabel 03.

Tabel 03. Pedoman Konversi Skor Hasil Observasi Keterlibatan Mahasiswa

Rentangan Skor	Kategori
$16,25 \leq \bar{K}$	Sangat Aktif
$13,75 \leq \bar{K} < 16,25$	Aktif
$11,25 \leq \bar{K} < 13,75$	Cukup Aktif
$8,75 \leq \bar{K} < 11,25$	Kurang Aktif
$\bar{K} < 8,75$	Tidak Aktif

Instrumen ketiga berupa kuesioner. Instrumen ini disusun dengan menggunakan skala Likert yang dimaksudkan untuk mengetahui respon mahasiswa terhadap tindakan yang telah

diberikan. Skor maksimal ideal dari kuesioner ini adalah 40 dan skor minimumnya adalah 8 sehingga M_i dan SD_i masing-masing adalah 24 dan 5,3. Rata-rata skor respon, \bar{R} , kemudian dikonversi menggunakan Tabel 04.

Tabel 04. Pedoman Konversi Skor Hasil Kuesioner Respon

Rentangan Skor	Kategori
$31,95 \leq \bar{R}$	Sangat Positif
$26,65 \leq \bar{R} < 31,95$	Positif
$21,35 \leq \bar{R} < 26,65$	Cukup Positif
$16,05 \leq \bar{R} < 21,35$	Kurang Positif
$\bar{R} < 16,05$	Sangat Kurang Positif

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Dari hasil refleksi awal, yakni kekurangan-mampuan mahasiswa dalam memahami konsep-konsep MNASB secara multi-representatif, tindakan yang dilaksanakan dalam siklus I adalah:

- 1) Pendistribusian *mathlet* beserta lembar kerja siswa yang merupakan bagian tidak terpisahkan dari *mathlet* tersebut. Gambar 03a dan 03b memperlihatkan beberapa *mathlet* MNASB. *Mathlet* pertama menunjukkan peranan n , banyaknya suku suatu Deret Fourier terhadap bentuk grafik fungsi yang direpresentasikan oleh deret tersebut. *Mathlet* kedua menunjukkan sifat-sifat integrasi dari fungsi ganjil maupun fungsi genap.
- 2) Konsep-konsep kunci dalam MNASB dibelajarkan dengan bantuan *mathlet*. Mahasiswa mempelajari konsep-konsep kunci tersebut melalui suatu eksplorasi terlebih dahulu. Dalam eksplorasi, setiap dua mahasiswa menghadapi satu *mathlet*. Hasil eksplorasi lalu dipresentasikan di depan kelas. Mahasiswa lain bisa memberikan komentar atau tanggapannya. Dosen dalam hal ini hanya bertindak sebagai fasilitator dan pengarah agar diskusi bisa berlangsung dengan lancar,

tertib, dan berhasilguna. Pada setiap pembelajaran, pendekatan *rule of three* senantiasa ditekankan, yaitu sedapat mungkin konsep-konsep dieksplorasi dengan menggunakan tiga pendekatan, yaitu analitik, numerik, dan visual.

- 3) Mengadakan observasi terhadap keterlibatan mahasiswa dalam perkuliahan.
- 4) Mengadakan tes pada akhir siklus I.

Dengan tindakan yang diberikan, skor yang diperoleh mahasiswa pada siklus I mencapai rata-rata 5,9 yang berada pada kategori cukup (C). Keterlibatan (keaktifan) mahasiswa dalam perkuliahan juga masih belum begitu baik (skor 11) dengan tingkat apresiasi (respon) yang hanya 24,7 (cukup).

Kendala yang ditemukan dalam siklus ini, komputer beroperasi agak lambat, terutama ketika memakai GeoGebra yang dibuat dengan menggunakan bahasa Java. Kendala yang lain adalah karena *mathlet* dibuat dengan menggunakan komputer lain, tampilan *mathlet* tersebut sering berubah ketika diakses menggunakan komputer di lab. Ini memang agak merepotkan.

Tindakan yang dilaksanakan pada siklus II pada dasarnya sama dengan tindakan pada siklus I. Namun demikian, berdasarkan pengalaman yang diperoleh pada siklus I, *mathlet* sebelum digunakan oleh mahasiswa sudah dicek terlebih dahulu tampilannya di komputer laboratorium. Bahasa yang digunakan pada *mathlet* juga disusun ulang sehingga menurut penulis sudah lebih informatif dan akurat. Dengan perbaikan-perbaikan ini, kendala teknis dapat diatasi dan pelaksanaan proses pembelajaran menjadi lebih lancar. Skor hasil belajar rata-rata mahasiswa pada siklus II menjadi 6,5 dengan skor keterlibatan 13 (cukup) dan tingkat apresiasi 27,2 (baik). Pada siklus II aktivitas belajar mahasiswa meningkat dan terjadi diskusi yang menarik dalam hal membaca grafik. Pencermatan terhadap kemampuan membaca grafik menunjukkan bahwa mahasiswa masih mengalami kendala dalam membaca grafik.

Deret Fourier 3 - Windows Internet Explorer

Jika sebelum diintegrasikan kedua ruas dari (1) terlebih dahulu dikalikan dengan $\cos(mx)$, maka hasilnya

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(mx) dx = \int_{-\pi}^{\pi} [a_0 \cos(mx) + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) \cos(mx) + b_n \sin(nx) \cos(mx))] dx$$

Dengan mudah bisa ditunjukkan bahwa suku pertama pada ruas kanan akan menghasilkan 0. Suku terakhir di ruas kanan juga menghasilkan 0, karenanya integral terakhir menjadi:

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(mx) dx = \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) \cos(mx) dx$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{1}{2} [\cos((n-m)x) + \cos((n+m)x)] dx$$

$$= \pi a_m$$

$\Leftrightarrow a_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(mx) dx \Leftrightarrow a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx$ (5)

Terakhir, jika kedua ruas dari (1) dikalikan dengan $\sin(mx)$ lalu diintegrasikan dari $-\pi$ sampai π , maka akan diperoleh:

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$
 (5)

Contoh: Tentukan deret Fourier dari $f(x) = \begin{cases} -3, & -\pi < x < 0, \\ 3, & 0 < x < \pi \end{cases}$ dan $f(x+2\pi)=f(x)$.

Dalam hal ini $a_0 = 0 = a_n$, sedangkan $b_n = \begin{cases} \frac{12}{n\pi}, & n \text{ ganjil} \\ 0, & n \text{ genap} \end{cases}$

Jadi $f(x) = \begin{cases} -3, & -\pi < x < 0, \\ 3, & 0 < x < \pi \end{cases} = \frac{12}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(nx)$, dimana n ganjil.

Berikut adalah grafik dari deret di atas, dengan n yang dapat diubah-ubah untuk bereksplorasi.

Gambar 03a. Beberapa Mathlet MNASB

Deret Fourier 7 - Windows Internet Explorer

$f(x) = 0.1x^3$
 $a = 2.6$
 $\int_0^{2.6} 0.1x^3 = 1.14$
 $\int_{-2.6}^0 0.1x^3 = 0$

Contoh: Tentukan deret Fourier dari $f(x) = x, -\pi < x < \pi$ dan $f(x)$ periodik dengan periode 2π .

Fungsi $f(x)$ dengan definisi seperti itu adalah fungsi ganjil, sehingga deret Fouriernya adalah deret sinus, yaitu $a_0 = 0 = a_n$. Harga b_n bisa dihitung dengan menggunakan rumus di atas, hasilnya

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \sin(nx) dx = \frac{2}{n} (-1)^n = \begin{cases} -\frac{2}{n}, & n \text{ genap} \\ \frac{2}{n}, & n \text{ ganjil} \end{cases}$$

Jadi, $f(x) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin(nx) = 2 \left[\sin(x) - \frac{1}{2} \sin(2x) + \frac{1}{3} \sin(3x) - \frac{1}{4} \sin(4x) \right]$

Grafik dari jumlah parsial dari deret untuk $f(x)$ untuk $n = 10$ dan $n = 30$ adalah:

5. Perluasan Fungsi

Dalam aplikasi, baik itu di Fisika maupun di dunia teknik, sering fungsi yang terlibat tidak periodik, yakni ia hanya didefinisikan untuk suatu interval tertentu saja. Sebagai suatu contoh nilai awal pada MNASB untuk persamaan rambatan panas di Bab 1 hanya didefinisikan untuk $0 < x < L$. Dalam upaya menyelesaikan MNASB tersebut, kita mungkin perlu menyatakan fungsi tadi dalam deret Fourier. Dalam kaitannya dengan hal inilah kita perlu memperluas fungsi tadi sehingga menjadi fungsi periodik. Perluasan yang dilakukan bisa secara genap, bisa juga secara ganjil sesuai keperluan. Setelah perluasan ini dilakukan barulah kita bisa menentukan deret Fouriernya. Jika perluasannya dilakukan secara ganjil, maka kita akan mendapatkan deret sinus, sedang jika perluasannya dilakukan secara genap kita akan mendapatkan deret cosinus.

Gambar 03b. Beberapa Mathlet MNASB

Pada siklus ini, kemampuan mahasiswa dalam menggunakan dan menginterpretasikan grafik lebih ditekankan. Pengamatan menunjukkan bahwa mahasiswa cukup aktif dalam berdiskusi dengan skor keterlibatan sebesar 16 yang berada pada kategori baik. Tes akhir siklus juga menunjukkan hasil yang baik yakni sebesar 7,0, (baik) dengan ketuntasan 52%. Sementara itu, skor respon mahasiswa terhadap tindakan yang diberikan adalah 27,2 (positif).

Pembahasan

Secara umum, tindakan yang diberikan dapat dikatakan telah berhasil dalam meningkatkan pemahaman mahasiswa tentang konsep-konsep yang dipelajari dalam mata kuliah MNASB. Hal ini terbukti dari meningkatnya hasil belajar mahasiswa dari 5,9 pada akhir siklus I menjadi 7,0 pada akhir siklus II, dengan ketuntasan belajar (banyaknya mahasiswa memperoleh skor lebih dari atau sama dengan 7,0) sebesar 52%. Apresiasi mahasiswa terhadap tindakan yang diberikan dan tingkat keterlibatan mereka pada akhir penelitian juga tergolong baik, masing-masing sebesar 27,2 dan 16. Dengan demikian, secara umum dapat disimpulkan bahwa tindakan yang diberikan dalam penelitian ini telah berhasil meningkatkan kualitas perkuliahan MNASB.

Mengapa hal ini bisa terjadi? Pertama, dengan bantuan *mathlet*, mahasiswa tidak lagi memperoleh konsep dalam bentuk yang sudah jadi. Konsep matematika yang dipelajari disajikan sebagai masalah yang harus dieksplorasi terlebih dahulu oleh mahasiswa. Melalui eksplorasi berbantuan *mathlet*, mahasiswa dapat melihat perubahan yang terjadi jika suatu parameter dalam masalah tersebut dimodifikasi. Akhirnya, melalui eksplorasi, mahasiswa menemukan pola atau keteraturan yang pada hakekatnya adalah konsep yang sedang dipelajari. Pembelajaran seperti ini jauh lebih bermakna dibandingkan dengan pembelajaran dengan konsep-konsep yang diberikan langsung oleh guru.

Kedua, dengan bantuan *mathlet*, prinsip multi-representasi dan saling keterkaitan antar-konsep dalam belajar matematika benar-benar terpenuhi. *Mathlet* bisa menyajikan suatu konsep secara multi-representatif, baik secara analitik, visual, maupun numerik. Sifat visual *mathlet* memungkinkan mahasiswa yang memiliki gaya belajar visual dapat memahami konsep-konsep yang dipelajari dengan lebih mudah. Sementara tampilan aljabarnya akan membantu mahasiswa melihat keterkaitan antara bagian analitik dan visual. Cuoco dan Levasseur (2003) menyatakan “*By helping people visualize and experiment with mathematical phenomena, modern computing technology have changed the way all people learn and work. In school they can influence how mathematics is learnt and taught.*” Fungsi genap dan fungsi ganjil, misalnya, telah ditampilkan secara bersamaan dalam dua cara, yaitu secara analitik dan visual dalam satu *mathlet*. Pada saat eksplorasi, mahasiswa dapat melihat bahwa fungsi adalah fungsi genap jika fungsi tersebut simetrik terhadap sumbu y , sementara fungsi tersebut akan ganjil jika fungsi tersebut simetrik terhadap titik asal $(0,0)$. Namun selain dengan cara visual seperti ini, mahasiswa juga bisa melihat langsung bagaimana bentuk aljabar dari fungsi genap dan fungsi ganjil tersebut. Pengetahuan tentang genap-ganjilnya fungsi kemudian diaplikasikan pada proses menghitung integral. Jika jenis suatu integran diketahui genap atau ganjil, maka integralnya bisa ditentukan dengan mudah.

Ketiga, balikan (*feedback*) yang sifatnya segera yang diberikan oleh *mathlet* benar-benar sangat sesuai dengan prinsip-prinsip psikologi pembelajaran. Dengan balikan yang sifatnya segera ini, mahasiswa senantiasa bisa menyempurnakan “tebakannya” sampai menemukan konsep yang benar.

Akibat dari seluruh hal yang disebutkan di atas, pengintegrasian *mathlet* dalam perkuliahan MNASB, berhasil meningkatkan tingkat keterlibatan (*engagement*) mahasiswa dalam perkuliahan. Hal yang sangat mengesankan dalam perkuliahan berbantuan *mathlet* adalah bahwa

atmosfir perkuliahan benar-benar merupakan atmosfir akademik. Artinya, diskusi mahasiswa dalam melakukan eksplorasi konsep benar-benar diskusi tentang matematika, bukan diskusi tentang yang lain. Hasil ini sejalan dengan hasil-hasil yang telah diperoleh sebelumnya (Suweken, 2006, 2007, 2008). Diskusi aktif dengan tingkat keterlibatan tinggi ini memang senantiasa diharapkan dalam berbagai metode atau pendekatan pembelajaran, namun sangat jarang tercapai. Berbagai pendekatan pembelajaran kooperatif sebenarnya memiliki tujuan yang sama, yakni untuk meningkatkan keterlibatan siswa dalam pembelajaran, walaupun tidak banyak guru yang berhasil menerapkannya. Mengapa? Karena isi pembelajaran tetap saja tidak menarik, monoton, dan tidak menantang mahasiswa untuk mengeksplorasinya lebih jauh. Jika isinya sudah tidak menarik, bagaimana kita bisa melibatkan mahasiswa secara maksimal? Integrasi *mathlet* eksploratif dalam pembelajaran MNASB dalam hal ini berhasil meningkatkan keterlibatan mahasiswa dalam pembelajaran karena *mathlet* didesain sedemikian rupa sehingga mahasiswa bisa belajar tahap demi tahap melalui eksplorasi pada *mathlet* tersebut.

Jika dilihat dari sudut pandang konstruktivisme sosial, atmosfir belajar yang diciptakan oleh *mathlet* dan pembelajaran kooperatif *think-pair-share* benar-benar mengkondisikan mahasiswa “bergotong-royong” membangun pengetahuan mereka melalui tahapan-tahapan berpikir, bereksplorasi, dan berdiskusi secara berulang-ulang.

Namun, di samping berbagai keberhasilan di atas, beberapa kendala yang sifatnya permanen masih ditemukan. Pertama, membuat *mathlet* eksploratif yang baik ternyata tidak mudah. Memilah-milah pembelajaran menjadi unit-unit tugas (*task unit*) yang sesuai sehingga mahasiswa bisa belajar tahap demi tahap cukup sulit dilakukan. Berbagai kemungkinan respon mahasiswa harus diantisipasi sehingga konsep yang diharapkan dapat dikuasai dengan baik.

Kedua, *mathlet* yang dibuat menggunakan komputer lain dari komputer yang diguna-

kan oleh mahasiswa seringkali menimbulkan masalah. Untuk itu, sebelum *mathlet* tersebut digunakan mahasiswa, dosen harus mencobakan *mathlet* tersebut terlebih dahulu pada komputer yang akan digunakan mahasiswa. Hal seperti ini sering memaksa dosen bekerja dua kali.

Terlepas dari kendala yang ditemui pada sisi guru (dosen), ternyata menggunakan pendekatan visual dalam pembelajaran matematika tidak semudah yang dibayangkan. Walaupun mahasiswa telah sekian lama dibelajarkan tentang pentingnya pendekatan visual dalam belajar matematika, ternyata masih ada mahasiswa yang menjawab salah terhadap soal sederhana berikut.

$$\int_{-2}^2 \frac{1}{x^2} dx = \dots$$

Perolehan hasil belajar mahasiswa pada akhir siklus III sebesar 7,0 sebenarnya masih belum memuaskan. Hal ini disebabkan oleh kenyataan bahwa walaupun integrasi *mathlet* dalam pembelajaran berhasil meningkatkan ketertarikan dan keterlibatan mahasiswa dalam pembelajaran, namun matematika sebagai mata pelajaran dengan bidang kajian yang sifatnya abstrak tetap saja sulit. Pemahaman mahasiswa secara visual terhadap konsep-konsep matematika tidak serta merta diikuti oleh pemahaman mereka secara formal (abstrak) terhadap konsep-konsep tersebut. Namun demikian, ini tidak berarti bahwa dosen tidak perlu bersusah payah mempelajari cara membuat dan menggunakan *mathlet* dalam pembelajaran. Pada tingkat SMP sampai perguruan tinggi *mathlet* tetap merupakan media yang paling relevan untuk mengkonkritkan konsep-konsep matematika sehingga menjadi lebih bermakna bagi siswa/mahasiswa.

SIMPULAN

Tindakan pengintegrasian *mathlet* dalam perkuliahan MNASB telah berhasil meningkatkan hasil belajar mahasiswa dari 5,9 pada siklus I menjadi 6,5 pada siklus II dan akhirnya 7,0 pada siklus III. Hasil belajar yang meningkat ini adalah akumulasi dari pemahaman, kemampuan memaknai konsep, dan kemampuan multi-

representasi mahasiswa yang semakin baik. Selain itu, ditemukan juga bahwa keterlibatan mahasiswa mengalami peningkatan dari 11 (cukup positif) pada siklus I menjadi 16 (positif) pada siklus III. Terakhir, respon mahasiswa terhadap perkuliahan yang diberikan meningkat dari 24,7 pada siklus I menjadi 27,2 pada akhir siklus III.

Dengan hasil yang diperoleh di atas, peneliti menyarankan agar pemanfaatan *mathlet* ini bisa diperluas pada kuliah-kuliah matematika yang lain. Banyak matematikawan menyatakan bahwa visualisasi sangat penting dalam memahami konsep-konsep matematika. Mengapa kita para guru dan dosen tidak memanfaatkannya juga? Alasan klasik, seperti alat yang mahal, kini sudah tidak bisa diterima lagi dengan semakin murah dan semakin canggihnya komputer.

DAFTAR RUJUKAN

- Cuoco, A. A. & Levasseur, K. 2003. Mathematical Habits of Mind, dalam H.L. Schoen & R.I. Charles, (Eds.) *Teaching Mathematics through Problem Solving, Grades 6-12*. (hlm. 27-37). Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Depdiknas. 2004. *Kurikulum 2004 Sekolah Menengah Pertama (SMP). Pedoman Khusus Pengembangan Silabus Berbasis Kompetensi SMP Mata Pelajaran Matematika*. Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah.
- Klotz, E. A. 1991. Visualization in Geometry: A Case Study of Multimedia Mathematical Education Project, dalam W. Zimmerman, & S. Cunningham, (Eds.). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, (hlm. 95-104). USA: The Mathematical Association of America.
- Polya, G. 1973. *How to Solve It*. New Jersey: Princeton University Press.
- Suweken, G. 2006. *Peningkatan Pemahaman dan Apresiasi Mahasiswa Terhadap Kalkulus II Melalui Visualisasi Berbantuan Komputer Pada Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika Undiksha Singaraja*. Laporan Teaching Grant P3AI tidak diterbitkan. Singaraja: Undiksha.
- Suweken, G. 2007. *Pembelajaran Berbantuan Excel dan Authorware untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Fungsi Kuadrat Siswa SMA Kelas X*. Laporan Penelitian Research for Community Development IMHERE tidak diterbitkan. Singaraja: Undiksha.
- Suweken, G. 2008. *Penggunaan Microsoft Excel untuk Meningkatkan Motivasi dan Pemahaman Konsep Matematika Siswa Kelas VIII SMPN 6 Singaraja Tahun 2008*. Laporan Penelitian DIPA 2008 tidak diterbitkan. Singaraja: Undiksha.
- Tall, D. O. 1991. Recent Developments in the Use of Computers to Visualize and Symbolize Calculus Concepts, dalam L.C. Leinbach, dkk. (Eds.). *The Laboratory Approach to Teaching Calculus*. (hlm. 15-25). USA: The Mathematical Association of America.