

MEMBANGUN KARAKTER MELALUI PENDIDIKAN MATEMATIKA

I Nengah Suparta

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Undiksha

“... mathematics may be defined
as the subject in which we never know
what we are talking about ...”
(Bertrand Russell)

PENDAHULUAN

Ahli pendidikan matematika, Alfred S. Posamentier dan Jay Stepelman (1990) mengatakan “*Skill in mathematics is the key to success in many of the most powerful and prestigious jobs in our highly technical society.*” Pendapat tersebut menyiratkan kepada kita betapa pentingnya peranan matematika bagi kesuksesan seseorang didalam menjalankan tugas-tugas kerjanya, bahkan untuk pekerjaan yang berat dan bergengsi. Susah memang membantah kenyataan bahwa tanpa matematika adalah tidak mungkin untuk memasuki dunia kedokteran, dunia ilmu pengetahuan, dunia tehnik, dan dunia kerja yang menuntut keahlian tinggi. Matematika juga diketahui sangat bermanfaat dalam pengembangan musik, seni dan bisnis. Oleh karena itu, akan merupakan keuntungan tersendiri apabila seorang individu dapat menjadi terbiasa dengan matematika. Akan tetapi pada kenyataannya sangat disayangkan, di balik begitu tingginya kebermanfaatannya matematika, ternyata lebih banyak individu yang menakuti matematika dan berupaya untuk menghindari darinya. Hanya sejumlah kecil saja yang benar-benar tertarik dengan pelajaran matematika. Dari jumlah inipun bisa saja berkurang ketika ketertarikan mereka tidak mendapatkan fasilitas yang sesuai dengan harapan mereka.

Harian BaliPost memunculkan berita yang sangat mencengangkan : “Matematika Jadi “Mesin Pembunuh” UN” (Bali Post, 3 Maret 2008, Hal. 2). Demikianlah tajuk berita yang terpampang di Harian Bali Post mengomentari hasil *try out* untuk tingkat SMA/MAK. Adalah suatu tambahan bukti untuk melegisir kesan bahwa matematika selama ini sebagai mata pelajaran yang “menyeramkan”.

Jika matematika dianggap pelajaran yang menyeramkan, masihkah dapat berharap membangun karakter melalui pelajaran matematika? Dalam tulisan ini, akan disodorkan kepada forum pembaca bahwa pendidikan matematika yang benar sangat memungkinkan dijadikan sebagai wahana membangun karakter mulya bagi pebelajar.

Sebelum lebih jauh membahas bagaimana pelajaran matematika dapat membangun karakter, ada baiknya dibahas sepintas tentang beberapa hal yang terkait dengan pendidikan matematika: 1) apakah yang dipelajari dalam pendidikan matematika? 2) apakah yang merupakan pelajaran yang paling berharga dari matematika? 3) faktor-faktor apakah yang berpengaruh dalam belajar matematika?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, berikut sepintas dibahas tentang pandangan-pandangan atau kepercayaan-kepercayaan tentang belajar (matematika).

PEMBAHASAN

Posisi-posisi Teoretik tentang Belajar

Beberapa posisi teoretis akan dibahas di sini, akan tetapi jauh dari hal-hal detail mengingat keterbatasan ruang dan waktu.

Posisi-posisi teoretik yang dimaksudkan untuk didiskusikan memancar dari teori-teori belajar. Teori belajar yang relevan untuk dibahas adalah teori yang berorientasi tingkah laku

(*behaviourally oriented theory*), teori yang berorientasi kognitif (*cognitively oriented theory*) dan teori berorientasi sosial (*sociologically oriented theory*).

Teori Berorientasi Tingkah Laku

Pusat dari teori-teori belajar yang berorientasi tingkah laku mendefinisikan belajar sebagai *suatu perubahan tingkah laku yang nampak jelas*. Para penganut teori ini, *behavioris*, benar-benar bersandar pada perubahan tingkah laku sebagai hasil belajar. Aksi-aksi tingkah laku nyata, seperti menunjuk, menulis, menggambar atau mendemonstrasikan, merupakan contoh dari pengetahuan atau hasil belajar yang menjadi fokusnya. Pandangan ini menyarankan bahwa guru seharusnya menginduksi tingkah laku-tingkah laku tertentu dari siswa; ketika tingkah laku-tingkah laku tersebut didemonstrasikan, kita dapat berasumsi bahwa belajar telah terjadi. Filosofi ini direfleksikan oleh sistem sekolah dengan menginvestasi waktu dan uang untuk menuliskan tujuan-tujuan tingkah laku. Setiap tujuan menggambarkan suatu tingkah laku yang menjadi objek pembelajaran. Salah satu contoh dari sebuah tujuan tingkah laku adalah : Diberikan pernyataan $3 + 4 =$, siswa akan menyatakan jumlah dengan akurasi 100%.

Istilah yang paling populer terkait dengan teori belajar behavioristik adalah *stimulus-respons*. Banyak ahli teori yang telah menggunakan istilah tersebut dalam menjelaskan tingkah laku manusia. Locke misalnya, pada abad ke-17 menyatakan bahwa tidak ada yang dapat terjadi dalam pikiran seseorang kecuali yang datang dari perasaan-perasaan. Hull (dalam Ashlock, h. 10) berargumentasi bahwa stimuli selalu merupakan hal-hal fisik dan objek-objek lingkungan menyediakan jenis-jenis stimulus yang potensial. Thorndike menganggap bahwa ketika suatu organisme dihadapkan pada sebuah stimulus, respons akan muncul dengan sendirinya secara alamiah. Menurut Thorndike, stimuli dapat berupa hal-hal yang nyata dan abstrak, seperti misalnya kata-kata. Ahli-ahli modern seperti Skinner dan Englemann juga menganut teori ini. Mereka berpendapat bahwa jika hasil belajar yang diinginkan dapat dengan jelas dispesifikasikan, maka sederetan hasil belajar prasyarat dapat diidentifikasi, dan individu yang belajar prasyarat-prasyarat tersebut kemungkinan akan telah memperoleh hasil belajar yang diinginkan. Khususnya dalam pembelajaran matematika, Gagne telah secara ekstensif menerapkan teori yang berorientasi tingkah laku tersebut.

Teori Belajar Berorientasi Kognitif

Para penganut aliran kognitif (*cognitivists*) mendefinisikan belajar sebagai *sebuah aksi internal*, bukan semata sebagai perubahan tingkah laku yang nampak. Definisi belajar kognitivis mengakui bahwa, walaupun tingkah laku yang nampak jelas dapat mengindikasikan bahwa belajar telah terjadi, banyak hal yang telah dipelajari yang tidak terekspresikan dengan nampak nyata. Para penganut pandangan ini beranggapan bahwa tingkah laku hanyalah indikator dari belajar; belajar sendiri adalah proses internal yang berlangsung di suatu tempat antara stimulus dan response. Walaupun tingkah laku tertentu berimplikasi bahwa belajar telah terjadi, belajar dapat terjadi walaupun perubahan tingkah laku yang nampak tidak terdeteksi. Sebagai contohnya, anak yang tidak dapat mendemonstrasikan pengetahuan mereka melalui kerja *paper-and-pencil* bisa sungguh-sungguh telah memahami konsep-konsep yang dibahas. Seorang behavioris akan menginterpretasikan hal itu sebagai bukti bahwa siswa belum belajar karena siswa tidak menunjukkan tingkah laku yang diinginkan. Akan tetapi seorang kognitivis tidak akan mengambil kesimpulan tersebut berdasarkan pada hanya penampilan *paper-and-pencil*.

Kognitivis beranggapan bahwa pembelajar mengorganisasikan informasi melalui penggunaan struktur-struktur mental atau skemata. Central dari teori ini adalah pengaruh faktor-faktor seperti lingkungan dan pengalaman terhadap perkembangan struktur-struktur kognitif. Ahli yang dikenal luas memelopori teori ini adalah Jean Piaget yang mengidentifikasi tahapan-tahapan utama perkembangan. Teori perkembangan kognitif Piaget misalnya, mencoba menjelaskan bagaimana manusia memodifikasi struktur kognitif melalui interaksi empat faktor utama: pengalaman fisik (*physical experience*), pengalaman sosial (*social experience*), kematangan biologis (*biological maturation*), dan kesetimbangan (*equilibration*). Ahli-ahli lain yang sealaran adalah Jerome Bruner, Richard Skemp, dan Zolton Dienes.

Kognitivis terfokus pada hal-hal yang lebih daripada sekedar mengetahui tentang “apa yang dipelajari”. Mereka lebih menaruh perhatian terhadap “bagaimana hal itu dipelajari”. Lingkungan

dipandang sebagai *setting* untuk perkembangan, bukan sebagai agen perkembangan, sebagaimana kaum behaviouris klaim. Lingkungan menyediakan katalis untuk perkembangan emosi dan kognitif anak. Melalui interaksinya dengan lingkungan, anak secara perlahan mengembangkan skemata untuk memecahkan persoalan–persoalan baru.

Teori Belajar Berorientasi Sosial

Daripada memberikan definisi tentang belajar, para penganjur pendekatan sosial membahas kriteria tentang apa isi seharusnya diseleksi dan ditempatkan dalam sebuah kurikulum matematika. Mereka percaya bahwa matematika harus bertemu dengan kriteria kebermanfaatannya dalam masyarakat. Dengan memenuhi kondisi seperti itu, ilmu pengetahuan dapat memenuhi kebutuhan–kebutuhan pebelajar, yang menurut John Dewey, seharusnya merupakan titik pijakan (*starting point*) untuk sebarang kurikulum. Isi atau materi pelajaran yang memenuhi kebutuhan pebelajar akan merupakan motivasi tersendiri bagi pebelajar, dan itu berarti memungkinkan guru–guru untuk melakukan pekerjaannya dengan lebih baik.

Pendekatan sosial mengizinkan seseorang untuk membuat keputusan–keputusan nilai mengenai matematika mana yang dianggapnya paling penting untuk anak. Beberapa penganjur teori ini bahkan beranggapan bahwa pebelajar bertanggung jawab untuk menentukan kapan isi matematika tertentu harus dipelajari. Neill (dalam Ashlock) mengilustrasikan pandangan ini sebagai berikut:

“Kita tidak mempunyai metode–metode mengajar baru, karena kita tidak menganggap bahwa mengajar adalah masalah yang sangat penting. Apakah sebuah sekolah punya atau tidak punya metode khusus untuk mengajar tentang pembagian panjang adalah tidak penting kecuali untuk mereka yang ingin mempelajarinya. Anak yang *ingin* mempelajari pembagian panjang akan mempelajarinya tanpa memperhatikan bagaimana hal itu diajarkan”

Kesimpulannya, mereka yang menganjurkan pandangan sosial itu melihat anak sebagai pusat kurikulum; apapun diliput dalam kurikulum seharusnya merefleksikan kebutuhan–kebutuhan emosinya, pendidikannya, dan kebutuhan masyarakatnya.

Sesungguhnya ada dua teori belajar lagi yang sering diperbincangkan ahli yaitu teori informasi–proses dan teori yang berorientasi neurolog. Akan tetapi dampak dari posisi–posisi teori ini dalam pembelajaran matematika masih belum jelas. Namun demikian, kedua teori belajar tersebut tetap merupakan lahan menarik bagi peneliti–peneliti psikologi pendidikan. Walaupun kedua teori tersebut tidak di bahas di sini, baik kiranya diinformasikan sepintas wilayah pengamatan dari teori–teori tersebut.

Teori informasi–proses mencoba menjelaskan bagaimana informasi disandikan (*encoded*), disingkap (*decoded*), dan diproses di dalam otak manusia. Sedangkan, teori yang berorientasi neurolog mencoba untuk memahami fungsi–fungsi relatif dari bagian–bagian otak manusia.

Peringatan: Tidak ada satu teori belajar yang secara tunggal dapat secara komprehensif menjelaskan tentang belajar.

Dampak Posisi–posisi Teori Belajar pada Pendidikan Matematika

Berikut akan didiskusikan dampak dari orientasi teori–teori di atas terhadap pendidikan matematika. Akan dibahas tiga hal :

Apakah yang Dipelajari dalam Pendidikan Matematika?

Banyak produk yang dapat diidentifikasi sebagai hasil belajar: kebiasaan (*habits*), keterampilan (*skills*), rantai dari tingkah laku yang berkelanjutan (*chains of sequential behaviour*), pengertian/kesadaran (*cognitions*), dan sikap (*attitudes*). Orientasi teori belajar tertentu (teori yang berorientasi tingkah laku, kognitif, sosial) yang dijadikan dasar pijak mempengaruhi pandangan seseorang tentang *apa* yang dipelajari. Bagi kognitivist (*cognitivist*), pengertian/kesadaran (*cognitions*) adalah objek utama pembelajaran, bukan sebatas rangkaian tingkah laku atau kebiasaan. Sebagian besar kognitivist mengakui bahwa rantai tingkah laku merepresentasikan suatu jenis belajar, tetapi rantai tingkah laku tersebut tidak dipandang sebagai perhatian utama (*primary concern*).

Lalu apakah yang dimaksud dengan *kognisi matematika*? Pertama perhatikan pandangan kognitivistik tentang matematika, yakni sebuah sistem dari konsep–konsep atau gagasan–gagasan yang saling bertalian. Adalah juga suatu cara berpikir yang menghasilkan sistem–sistem terkait lainnya. Kemampuan untuk memanfaatkan keterkaitan–keterkaitan matematis tersebut lah yang sesungguhnya para kognitivistik cari. Begitu keterkaitan–keterkaitan tersebut dikonseptualisasikan, keterkaitan–keterkaitan tersebut akan merupakan dasar dari mana konsep matematika baru dapat dipelajari. Jadi, para kognitivistik berkeyakinan bahwa skemata mental adalah unsur–unsur yang dipelajari dalam pendidikan matematika.

Perhatikan perbedaan berikut. Asumsikan bahwa tujuan pembelajaran adalah untuk mempelajari semua fakta dasar tentang penjumlahan yang menghasilkan lima. Dari posisi *behaviorist* murni, tujuan tersebut adalah langsung berharap siswa untuk merespons dengan mengatakan atau menuliskan “lima” apabila stimuli seperti $1 + 4$, $0 + 5$, $2 + 3$ diberikan. Akan tetapi di lain sisi, seseorang yang beraliran kognitif akan berharap mendapatkan pengetahuan tambahan apakah pebelajar telah mengembangkan *insight* tentang bagaimana fakta–fakta tersebut dikaitkan satu sama lainnya dan juga dikaitkan dengan fakta matematika lainnya. Sudahkah pebelajar mengembangkan skemata yang dapat diterapkan ketika menemukan fakta–fakta penjumlahan dasar lainnya, misalnya untuk jumlah enam atau tujuh? Para kognitivistik akan meminta, sebagai tambahan informasi terhadap respons–respons yang nampak tersebut, hal–hal yang memberikan indikasi bahwa setiap pebelajar telah menginternalisasikan keterkaitan–keterkaitan matematis.

Pelajaran Apakah yang Paling Berharga dari Matematika?

Jawaban dari pertanyaan ini lebih mengarah kepada persoalan filosofis atau psikologis. Kebermaknaan dari belajar matematika bersandar pada suatu rentang kontinum dari yang bernilai untuk keindahan intrinsik sampai kepada hal–hal yang bernilai bagi kehidupan nyata.

Di Tahun 60–an, sebagian besar beranggapan bahwa hal–hal yang berharga dari belajar matematika adalah dari keindahannya sebagai suatu bentuk seni logika. Banyak ahli, salah satunya adalah Zoltan Dienes, menyatakan bahwa studi matematik akan begitu memberikan penghargaan secara intrinsik, dan oleh karena itu siswa tidak mesti membutuhkan motivasi dari luar dirinya (Ashlock, 1983. hal. 15).

Kecendrungan berikutnya menekankan pada keterampilan–keterampilan matematika dasar. Dalam upaya melakukan ini, sistem persekolahan kemudian mengembangkan daftar kompetensi–kompetensi matematika dasar yang diperlukan bagi setiap lulusan.

Kedatangan dari kalkulator dan teknologi komputer telah mendorong diskusi tentang sifat dari keterampilan–keterampilan dasar dimaksud. Penekanan pada keterampilan–keterampilan komputasi, yang sekarang ini merupakan bagian utama dari kurikulum matematika, dikenali sebagai bagian kecil dari keterampilan–keterampilan dimaksud.

Faktor Isi dalam Belajar Matematika

Ada empat faktor utama yang mempengaruhi belajar matematika: faktor isi, faktor instruksional, faktor penilaian, dan faktor manajerial. Akan didiskusikan di sini hanya pengaruh isi dalam belajar matematika. Hal ini didasarkan pada topik diskusi yang ditawarkan kepada penulis.

Salah satu pertanyaan seharusnya dijawab dalam membelajarkan siswa adalah apa isi yang harus dibelajarkan? Dalam banyak hal, guru–guru gampang hanya mengikuti isi yang disajikan di buku teks atau petunjuk kurikulum. Riset–riset menunjukkan bahwa paling tidak 90% guru–guru sekolah dasar hanya mengikuti buku teks dalam membelajarkan matematika. Seyogyanya, sekalipun buku teks telah memberikan paparan yang bagus untuk siswa–siswa, akan tetap lebih bernilai bagi guru untuk berupaya memilih isi yang sepadan untuk siswa berkaitan dengan tingkat kemampuannya yang beragam: genius (*intellectually gifted*), cemerlang (*bright*), menengah (*average*), dan siswa yang benar–benar kurang (*poor*). Mudah dimengerti bahwa kelas yang melingkupi suatu rentang kemampuan seperti itu tidak akan dapat menjadikan semua siswa merasa beruntung dari isi yang benar–benar sama. Harapan–harapan untuk menjadikan semua siswa merasa puas lah yang merupakan tantangan major bagi setiap guru.

Berhubungan dengan pemilihan materi ajar, Ashlock, dkk.(1983:16) menyebutkan sebagai berikut.

“We want children to see mathematics in the world around them and to be alert to the numerical and spatial aspects of all situations. Therefore, much of the content we select, especially for young children, should help each one appreciate the presence of number and spatial concepts in all that they see and hear”.

Selanjutnya, John Dewey menyatakan bahwa salah satu kriteria dalam memilih isi sebaiknya penuh manfaat: yaitu, pembelajar akan mampu untuk menggunakan apa yang sedang dipelajari dalam situasi kesehariannya, situasi kehidupan–nyata.

Pertimbangan yang mendasari pemikiran Dewey adalah bahwa sebagian besar siswa pada akhirnya akan masuk ke dunia kerja. Akan tetapi perlu disadari bahwa walaupun banyak siswa nantinya akan memasuki dunia kerja, jangan lupa bahwa sebagai matematisi dan ilmuwan, mereka akan tetap melakoni kerjanya di ruangan. Tujuan dari kedua kelompok terakhir ini (matematisi dan ilmuwan) akan mengadakan studi mendalam tentang matematika itu sendiri. Kebermaknaan langsung matematika dalam kehidupan sehari–hari yang dipelajari bagi mereka ini belum dengan jelas dirasakan. Karena kebutuhan seperti ini, kurikulum seharusnya tidak terbatas hanya pada apa yang dianggap bermanfaat untuk kehidupan nyata sehari–hari. Disamping itu, pengalaman menunjukkan adanya sejumlah materi matematika yang pada awalnya tidak diketahui kemanfaatannya dalam kehidupan sehari–hari, akan tetapi pada suatu masa materi tersebut diketahui sangat bermanfaat.

Dalam upaya memenuhi kebutuhan belajar matematika yang senantiasa berkembang, sebagai guru selayaknya selalu memperbaharui satuan pelajaran matematika yang akan dipedomani dalam pembelajaran. Selalu ada usaha untuk mengembangkan keterampilan–keterampilan komputasi dasar dan pengetahuan aritmatika. Untuk mampu melakukan hal itu, diperlukan pengetahuan yang baik terhadap isi. Dibutuhkan kompetensi yang tinggi menyangkut struktur matematika. Dengan kata lain, dapat dengan jelas memahami sekuensial sifat–sifat matematika, materi suplemen, termasuk pengembangan materi atau penghilangan materi ajar yang tidak perlu.

Bagian sisa dari makalah ini akan difokuskan pada pembahasan keterkaitan matematika dan budaya. Ada dua hal yang kiranya perlu dijadikan bahan renungan selaku pemerhati atau pendidik matematika, yang penulis istilahkan dengan: mematikakan budaya dan membudayakan matematika.

Mematematika Membangun Karakter

Kekhawatiran banyak kalangan bahwa matematika menjadi momok lantaran kurang dekat dengan lingkungan atau kebudayaan siswa, menjadikan subjudul ini begitu penting: “mematematikakan budaya”. Dalam konteks ini yang dimaksudkan adalah bagaimana pendidik matematika di sekolah, termasuk juga pemerhati pendidikan matematika dimasyarakat, dapat membawa budaya di lingkungan anak–anak menjadi objek diskusi matematika.

Dari sisi terminologi, kata matematika (*mathematics*) berasal dari kata *Greek* (bangsa Yunani) “*mathemata*” yang awalnya digunakan secara sangat umum pada tulisan–tulisan untuk menunjukkan sebarang subjek studi atau pengajaran. Perkembangan berikutnya dirasakan cocok untuk membatasi skop dari terminologi tersebut pada bidang ilmu pengetahuan tertentu. Pythagoras dikatakan telah menggunakan istilah tersebut untuk mendeskripsikan aritmetika dan geometri. Diperkirakan alasan Pythagoras menggunakan istilah itu karena beranggapan bahwa matematika berawal dari Negeri Yunani kuno, sekitar tahun–tahun 600 sampai dengan 300 sebelum masehi. Walaupun sesungguhnya jauh sebelum itu, tiga atau empat ribu tahun silam di Mesir kuno dan Babilonia, telah ada suatu badan pengetahuan tertentu yang mendeskripsikan matematika.

Diterima oleh umum bahwa pada awalnya matematika muncul dan berkembang dari kebutuhan untuk menangani persoalan–persoalan praktis mengenai perhitungan dan pencatatan bilangan. Dengan bahasa lain dapat dikatakan bahwa aktivitas budaya manusia merupakan sebab matematika itu tercipta dan berkembang.

Banyak bukti–bukti sejarah tentang pengaruh budaya terhadap matematika. Dari sejarahnya dapat dilihat betapa matematika yang perkembangannya seperti sekarang ini berawal dari kebutuhan yang sederhana.

Suku Aborigin tertentu di Australia menghitung hanya sampai dua, dengan sebarang bilangan yang lebih dari dua disebut secara sederhana dengan “banyak”. Bangsa Indian Amerika Selatan selama penjajahan, walaupun sudah lebih maju dari suku Aborigin tadi, hanya menghitung sampai enam, dan bahkan tidak mempunyai bilangan khusus untuk menamai tiga, empat, lima dan enam. Tiga disebut sebagai “dua–satu”, empat sebagai “dua–dua”, dan seterusnya.

Kepentingan untuk menjawab keperluan hidup melahirkan pemikiran–pemikiran matematis. Bahkan tidak jarang terjadi ketika orang ingin menjawab persoalan tertentu memunculkan persoalan baru atau gagasan baru. Inilah yang mendorong proses perkembangan ilmu yang bernama matematika.

Perkembangan awal geometri di Mesir dan Babilonia merupakan akibat dari keinginan pendeta/pemuka agama untuk membangun kuil–kuil dan keinginan raja untuk mensurvei tanah untuk keperluan pajak. Pada awal perkembangan geometri di Babilonia, keliling lingkaran diambil sama dengan tiga kali diameternya dan luasnya sama dengan $1/12$ dari kuadrat kelilingnya. Hubungan tersebut benar untuk harga $\pi = 3$ (Eves, 1964. hal. 32). Sedangkan dari awal perkembangan geometri di Rhind Papyrus menyatakan bahwa luas lingkaran sama dengan kuadrat dari $8/9$ diameternya (Eves, 1964. hal. 42).

Dapat dilihat bahwa perkembangan matematika geometri ternyata ada yang berawal dari sesuatu yang kebenarannya masih berkembang. Apakah dengan π sekarang luas lingkaran atau keliling lingkaran yang masih melibatkan π adalah telah benar?

Selain tuntutan kebutuhan, perkembangan ilmu pengetahuan termasuk matematika, juga dipengaruhi oleh keberanian untuk berbeda dengan kebiasaan.

Dulu, ketika Copernicus belum secara luas mempublikasikan hasil pengamatan dan pemikirannya bahwa yang berputar adalah Bumi mengelilingi Matahari, orang–orang tidak menggubris “kebenaran” yang berkembang sebelumnya yang menyatakan bahwa Bumi sebagai pusatnya perputaran planet. Pada jamannya, ketajaman intelektual bukanlah satu–satunya yang berperan dalam mengembangkan ilmu pengetahuan, tetapi juga keberanian yang pada masa itu digelorakan oleh seruan “Dare to Know!” yang muncul pada puisi Horace pada jaman Romawi. Pada masa tersebut, orang–orang didorong untuk mempunyai “Keberanian untuk Mengetahui” walaupun harus bertentangan dengan institusi spiritual yang berpengaruh sangat kuat pada masanya.

Seruan “Berani untuk Tahu” merupakan pangkal dari revolusi ilmu pengetahuan (*scientific revolution*) pada sekitar abad ke tujuh belas. Adalah pemikir–pemikir besar seperti Sir Isaac Newton, René Decartes, dan Francis Bacon yang mencoba mengawali untuk menemukan hukum–hukum fisik dan alam dari alam semesta ini untuk mengorganisasikan dan mengkritisi tentang keragaman tubuh ilmu pengetahuan. Decartes terkenal dengan prinsip–prinsip deduksi dan temuan geometri analitik; Newton dengan pencariannya untuk menjelaskan gerakan dalam alam semesta melalui observasi, percobaan, dan induksi. Bahkan kemudian, John Locke berupaya keras untuk menjelaskan keterkaitan manusia melalui pemikiran rasional tersebut. Semua upaya ini beresiko tinggi bagi keselamatannya ketika harus bertentangan dengan kebenaran yang belum terbukti secara rasional.

Keberanian untuk mengetahui dapat berarti pula kemauan untuk menyelidiki kebenaran pernyataan–pernyataan sebelumnya atau bahkan berani memperkenalkan barang baru walaupun sekilas belum diketahui untuk apa barang itu diperkenalkan. Banyak sekali objek matematika yang sekarang ini menjadi topik besar penelitian berawal dari keadaan seperti itu. Misalnya saja tentang konsep bilangan prima. Awalnya, konsep bilangan prima tercipta bukanlah karena keperluan praktis, kecuali karena strukturnya yang unik. Sekarang ini bilangan prima merupakan bahan riset yang spektakuler, baik karena struktur dan aplikasinya yang sangat penting dalam dunia teory teknologi informasi.

Perhatikan sepotong ungkapan Bertrand Russell yang disitir di awal paparan:
... mathematics may be defined as the subject in which we never know what we are talking about

Tersirat dalam ungkapan tersebut bahwa matematika tidak harus selalu diapresiasi berdasarkan kebermanfaatannya dari apa yang kita telah ketahui. Perkembangan matematika tidak harus diorientasikan berdasarkan pada kebutuhan kehidupan material. Sebagai peminat matematika seharusnya mampu mendapatkan kepuasan dari keindahan matematika melalui strukturnya dengan

objek yang abstract. Matematika seharusnya ditempatkan utamanya sebagai suatu cara untuk berfikir (*the way of thinking*).

Memang penting untuk dapat mengaitkan konsep matematika dengan kehidupan nyata, kehidupan sehari-hari, tetapi yang sangat penting adalah bagaimana melepaskan objek matematika dengan dunia nyata.

Berikut ini akan diuraikan sepintas mengenai beberapa penyusun matematika dan nilai yang dapat ditanamkan matematika bagi pembentukan pribadi kemanusiaan.

Unsur yang Tidak Didefinisikan

Frederick H. Bell (1981, hal. 23) menyatakan bahwa “*It has been said quite seriously that mathematicians, people who either discover and invent mathematics, don’t know if their mathematical objects exist and don’t know if the theorems they prove are true*”. Pernyataan ini disebabkan oleh karena sistem matematika senantiasa berawal dari sesuatu yang merupakan unsur awal yang tidak didefinisikan. Matematika dikenal sebagai ilmu yang berkembang melalui penalaran deduktif. Ia merupakan sebuah sistem yang dibentuk oleh unsur-unsur yang tidak didefinisikan, unsur-unsur terdefinisi, aksioma-aksioma/postulat-postulat, dan teorema-teorema. Unsur-unsur yang tidak didefinisikan merupakan unsur-unsur dasar dari mana unsur-unsur lainnya didefinisikan. Unsur-unsur tersebut diterima sebagai “nenek moyang pertamanya (*swayambhu manu*)” dari unsur matematika baru sebagai “generasi-generasi penerusnya”. Apapun yang lahir sebagai penerusnya tidak akan dapat lepas dari nenek moyangnya itu. Di sini, sistem matematika memberikan contoh bagaimana penerus itu seharusnya menghargai leluhurnya.

Seorang ahli logika dari Northern Michigan University, Don Faust dalam suatu diskusi pernah bertanya kepada penulis tentang kebenaran matematika yang sekarang ini kita pelajari. Ketika itu penulis menjawab bahwa kebenarannya masih terbukti berdasarkan kebenaran “nenek moyangnya”.

Unsur yang Didefinisikan dan Aksioma

Definisi sederhananya adalah kesepakatan awal. Ia mutlak diperlukan terkait dengan pembatasan ruang lingkup pembicaraan. Ia berfungsi sebagai kendali bagi pembicaraan selanjutnya. Persoalan apapun yang akhirnya berkembang harus senantiasa mengacu kepada definisi sebagai suatu kesepakatan.

Sedangkan aksioma/postulat adalah pernyataan-pernyataan fundamental yang diterima tanpa bukti.

Sebagai contohnya, pada saat mewujudkan barang baru yang bernama himpunan *bilangan asli*, keberadaannya didasarkan oleh definisi yang didasarkan pada postulat-postulat yang diformulasikan oleh seorang ahli logika Italia, Giuseppe Peano (1858 – 1932) sebagai berikut:

- (a) 1 adalah sebuah bilangan asli.
- (b) Suksesor dari sebarang bilangan asli adalah bilangan asli.
- (c) Tidak ada dua bilangan asli berbeda yang mempunyai suksesor yang sama.
- (d) 1 bukan suksesor dari sebarang bilangan asli.
- (e) Setiap sifat dari 1, dan juga dari suksesor setiap bilangan asli yang mempunyai sifat tersebut, merupakan suatu sifat dari semua bilangan asli.

(Bell, 1981. hal. 24)

Pada postulat-postulat di atas, perlu didefinisikan tentang suksesor bilangan asli, yaitu bilangan yang diperoleh dengan menambahkan 1 pada bilangan asli tersebut.

Berdasarkan kumpulan pernyataan atau postulat-postulat di atas diperoleh lah “mahkluk” baru yang bernama *himpunan bilangan asli*. Selanjutnya seseorang dengan pasti dapat menyatakan bahwa $3 = 2 + 1$ adalah bilangan asli, karena 2 adalah bilangan asli.

Penanaman nilai yang dapat ditularkan melalui pemahaman akan pentingnya sebuah definisi dan aksioma, adalah membiasakan kita senantiasa berada pada jalur yang sudah disepakati atau yang sudah ditentukan persyaratannya dari awal. Kekacauan pasti akan terjadi ketika kesepakatan atau persyaratan yang telah dibuat kemudian dilanggar. Misalnya saja, jika kata “suksesor” dikatakan

sebagai “dibagi oleh tiga”, maka keseluruhan postulat–postulat di atas akan menghasilkan barisan bilangan $1, 1/3, 1/9, 1/27, \dots$

Pembiasaan kepada pebelajar untuk senantiasa memperhatikan definisi dan postulat dalam menurunkan hukum–hukum matematika, dapat mendidikinya untuk selalu respek terhadap sebuah kesepakatan atau ketentuan–ketentuan.

Teorema

Dalam belajar matematika, seseorang senantiasa ditantang untuk memperoleh rumusan–rumusan atau fakta–fakta baru yang salah satunya dapat berupa penyederhanaan dari rumusan atau fakta yang sudah dirumuskan sebelumnya. Rumusan baru tersebut baru akan diterima kebenarannya atau kesahihannya apabila telah ditunjukkan melalui pembuktian yang mengikuti langkah–langkah yang benar. Apabila melalui alur pembuktian logis yang tetap berkembang berdasarkan pada kesepakatan sebelumnya, ternyata pernyataan baru dapat dibuktikan, maka kita telah berhak memproklamkan fakta tersebut sebagai sebuah teori baru, yang disebut teorema atau dalil.

Apa yang ditanamkan melalui eksplanasi ini adalah bahwa kita dapat saja menyatakan sesuatu itu benar asalkan sesuatu itu telah terbukti kebenarannya. Kebiasaan ini akan menjadikan seseorang untuk tidak berbicara kebenaran tanpa suatu bukti sah.

Hal–hal lain yang juga bermanfaat besar dalam pembentukan nilai yang penting untuk dibudayakan adalah notasi, himpunan semesta, proses penyelesaian, dan kepastian hasil.

Notasi

Matematika adalah sebuah alat komunikasi. Sebagai alat komunikasi, pemilihan notasi menjadi penting. Dalam matematika, pemilihan notasi didasarkan atas pertimbangan efisiensi dan efektivitas, namun tetap harus mampu secara tepat mengkomunikasikan idea secara lugas. Keberadaan notasi menjadikan pernyataan–pernyataan matematika mampu diungkapkan dengan rangkaian phrase seperlunya/ sederhana, tanpa harus berpanjang lebar, dan tetap mempertahankan kebenarannya.

Apa yang dapat kita tanamkan dari paparan di atas, adalah bahwa kebersahajaan sangatlah bermakna, dalam artian sederhana dengan tanpa mengurangi sedikitpun menyangkut makna.

Himpunan Semesta

Himpunan semesta sering disebut sebagai semesta pembicaraan (*universe of discourse*). Sebagaimana namanya, ia memberikan batasan bagi ruang pembicaraan. Jika orang bertanya berapakah hasil dari $1-3$? Sebagai seorang yang menggeluti matematika sangatlah penting untuk melihat kembali semesta pembicaraannya. Semesta pembicaraan berimplikasi kepada apa (berapa) sesungguhnya jawaban yang tepat bagi persoalan itu. Apabila ternyata semestanya adalah himpunan bilangan alam atau cacah, kita tidak punya jawab untuk itu. Tetapi kalau semestanya adalah bilangan jam empatan misalnya, maka jawabnya adalah 2.

Apa yang dapat ditanamkan dari persoalan ini? Bahwa dalam menanggapi sesuatu persoalan, seseorang tetap harus cermati dimana persoalan itu muncul atau apa yang merupakan latar persoalannya. Penanaman nilai ini akan menjadikan seseorang untuk senantiasa waspada dalam menanggapi sebuah persoalan.

Proses Penyelesaian dan Ketunggalan Hasil

Di dalam proses penyelesaian suatu permasalahan matematika, senantiasa dituntut alasan logis dalam setiap langkahnya. Setiap tahapnya senantiasa didasarkan kepada suatu kebenaran/fakta setepat–tepatnya (*rigorous*). Setiap langkahnya selalu harus diberikan justifikasi secara ketat.

Di lain sisi, apabila dilihat dari cara yang ditempuh dalam menangani suatu persoalan matematika, akan sangat mungkin munculnya variasi cara. Sebuah persoalan umumnya dapat diselesaikan dengan lebih dari satu cara. Namun, setiap cara tetap diproses dengan langkah–langkah yang dijustifikasi secara logis matematis.

Mengamati dua sisi di atas, kebiasaan terhadap situasi yang demikian ini, membimbing kita pada ketegasan yang sekaligus toleran dalam penanganan suatu kasus.

Bahkan, soal-soal yang disajikan dalam bentuk terbuka (*open-ended problems*) diyakini banyak pihak dapat membiasakan siswa untuk berfikir independen dan kritis.

Akan tetapi, apabila dicermati dari sisi hasil, apapun cara yang diterapkan tetap harus mengarah kepada ketunggalan hasil. Jadi, cara bisa bervariasi tetapi persoalan yang sama harus memberikan kebenaran yang tunggal (*tan hana dharma mangrwa*). Adalah sebuah pembelajaran demokrasi.

SIMPULAN

Teori belajar memberikan pemahaman tentang bagaimana seseorang belajar (matematika). Hal ini merupakan salah satu dasar bagi pemilihan materi yang layak dibelajarkan kepada pebelajar. Matematika adalah juga sebagai cara untuk berpikir, selain muncul bagi kebutuhan hidup sehari-hari. Dalam konteks ini dikenal sebutan matematika horisontal dan matematika vertikal. Berkenaan dengan fungsi matematika yang seperti itu, orientasi matematika tidaklah seharusnya selalu diarahkan pada kebermanfaatannya langsung untuk kehidupan riil, tetapi juga berorientasi pada kebutuhan seni logika. Memang penting untuk dapat mengaitkan konsep matematika dengan kehidupan nyata atau kehidupan sehari-hari, tetapi yang sangat penting adalah bagaimana melepaskan objek matematika dengan dunia nyata dan membawanya sebagai objek abstrak.

Pencermatan yang lebih mendalam terhadap pendidikan matematika, menggiring seseorang untuk berkesimpulan bahwa pendidikan matematika memang mempunyai sokongan positif dalam kaitannya dengan penanaman nilai-nilai kemanusiaan. Penekanan-penekanan pada sisi edukasi matematika, sangatlah bermakna dalam mengusahakan lahirnya pebelajar matematika yang secara simultan mampu mengamalkan nilai-nilai kemanusiaan yang memang terkandung dalam pendidikan matematika itu sendiri. Oleh karena itu, proses pematematikaan budaya dan pembudayaan matematika harus berjalan bersamaan.

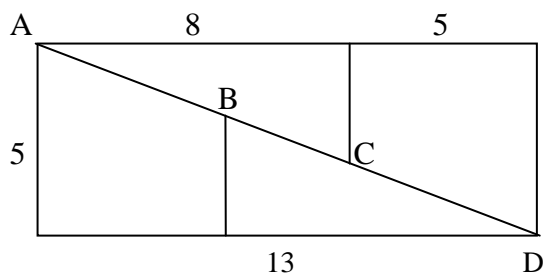
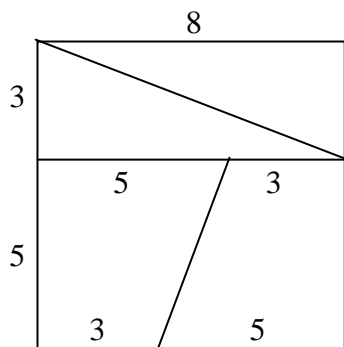
DAFTAR RUJUKAN

- Adler, C.F., (1967). *Modern Geometry: An Integrated First Course: McGraw-Hill Book Company, USA.*
- Ashlock, R.B., dkk, (1983). *Guiding Each Child's Learning of Mathematics: A Diagnostic Approach to Instruction, Charles E. Merrill Publishing Company, USA.*
- Eves, H. (1964). *An Introduction to the History of Mathematics, Rev. Ed.: Holt, Rinehart and Winston, Inc., USA.*
- Faust, D.A., Komunikasi privat
- Bali Post, Senin Kliwon, 3 Maret 2008.
- Bali Post, Selasa Umanis, 4 Maret 2008.
- Bali Post, Selasa Kliwon, 18 Maret 2008.
- Bell, F.H., (1981) *Teaching and Learning Mathematics (In Secondary Schools): Wm. C. Brown Company, Iowa, USA.*
- Burton, D.M., (1999). *The history of Mathematics: An Introduction, Edisi keempat, McGraw-Hill Companies, USA.*
- Posamentier, A.S. dan J. Stepelman, (1990). *Teaching Secondary School Mathematics: Technique and Enrichment Units, Edisi ketiga, Merrill Publishing Company, Columbus, USA.*
- Rogers, P.M. (1997). *Aspect of Western Civilization: Problems and Sources in History, Vol. II., Prentice-Hall, New-Jersey.*
- Suparta, I N. (2000). *Sisi Nilai-Nilai Kemanusiaan Pendidikan Matematika*, makalah disajikan pada seminar di Program Studi Pendidikan Matematika, IKIP Singaraja.

I respect faith, but doubt is what gets you an education (Alicinous).

All nature and nature's law lay hid in night / God said let Newtown be and all was light
(Alexander Pope)

The real and legitimate goal of the sciences is the endowment of human life with new inventions and riches (Francis Bacon).



- The beautiful has its place in mathematics for here are triumphs of the creative imagination, beautiful theorems, proofs and processes whose perfection of form that made them classic. He must be a “practical” man who can see no poetry in mathematics (W. F. White dalam C. T. Long , Elementary Introduction to Number Theory)