

# PEMBELAJARAN PRA-ALJABAR DENGAN MENGGUNAKAN PENELUSURAN POLA TERVISUALISASI UNTUK MENGEMBANGKAN KEMAMPUAN BERPIKIR ALJABAR SISWA KELAS V SEKOLAH DASAR

Ratih Ayu Apsari<sup>1</sup>

*Universitas Pendidikan Ganesha, Singaraja<sup>1</sup>*

*Email: ra.apsari@gmail.com*

## Abstrak

Jupri, Drijvers, & van den Heuvel-Panhuizen (2014) menemukan bahwa siswa Indonesia mengalami kesulitan dalam belajar aljabar utamanya disebabkan oleh ketidakterkaitan antara aritmatika yang dibelajarkan di sekolah dasar dan aljabar yang dibelajarkan di sekolah menengah. Berangkat dari masalah tersebut penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan suatu pembelajaran pra-aljabar yang berfungsi untuk membantu transisi yang dilakukan siswa dari aritmatika ke aljabar. Tujuan tersebut diaktualisasi dengan mendesain suatu trajektori pembelajaran penelusuran pola yang dirancang untuk siswa kelas V SD (usia 10-12 tahun). Penelitian ini menggunakan *design research* sebagai metode penelitian. Adapun lintasan pembelajaran yang didesain menggunakan prinsip dari Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). Data dikumpulkan melalui video, lembar jawaban siswa, catatan lapangan, lembar observasi dan wawancara selama implementasi pembelajaran yang dilaksanakan dalam dua siklus. Makalah ini hanya akan fokus pada hasil siklus II yang melibatkan siswa kelas VA MIN 2 Palembang tahun ajaran 2014/2015 beserta dengan guru matematika di kelas tersebut. Data yang diperoleh dianalisis secara kualitatif dengan menggunakan metode konstan komparatif. Hasil analisis menunjukkan bahwa kegiatan penelusuran pola dapat mendukung siswa dalam mengembangkan kepekaan terhadap struktur (*structure sense*) yang mempengaruhi kemampuan berpikir aljabar siswa. Merefleksi temuan tersebut, penelitian ini merekomendasikan implementasi kegiatan penelusuran pola berbasis PMRI pada jenjang sekolah dasar di Indonesia.

**Kata-kata kunci:** aljabar, pra-aljabar, berpikir aljabar, PMRI, design research

## Abstract

Jupri, Drijvers, & van den Heuvel-Panhuizen (2014) found that the gap between arithmetic in primary education and algebra learning in higher education has contribute to a number of difficulties on learning algebra in Indonesia. Hence, the present study is aimed to construct a smoother bridge to support the students' transition from arithmetic to algebra, through an early algebraic lesson. The aforementioned purpose is actualized by designing a learning trajectory focused on patterns related activities for the fifth grader students (10-12 years old). Design research was deliberately chosen as the approach to conduct this study. The designed instructional activities are guided by the design heuristic and the tenets of Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). The data were gathered from video registrations, students' written works, field notes, observations and interviews from the implementation of two cycles teaching experiments. This paper will only focus on the result of the second cycle which was involving the students of VA MIN 2 Palembang academic year 2014/2015 and their mathematics teacher. The data were analyzed qualitatively using constant comparative method. The result showed that exploration in patterns can support the students in developing their sense of structure which is remarkably influence the students' algebraic thinking. Reflect from that, the study recommends the use of patterns activities based on the PMRI approach to be implemented in the early algebraic lesson in Indonesia's primary school.

**Keywords:** algebra, early algebra, algebraic thinking, PMRI, design research

## 1. Pendahuluan

Aljabar dikenal sebagai pintu gerbang dari cabang matematika lainnya yang lebih tinggi (Brawner, 2012). Sayangnya, pembelajaran aljabar di banyak negara di dunia, termasuk di Indonesia masih menemui sejumlah kendala. Sebagaimana yang disebutkan oleh Edogawatte (2011), masalah dalam pembelajaran aljabar dapat dikelompokkan atas: kurangnya pemahaman akan makna variabel, mengaitkan antara kalimat sehari-hari dan representasi aljabarnya, serta ketidaktepatan dalam memperlakukan elemen-elemen dalam suatu persamaan aljabar. Penelitian yang dilakukan oleh Jupri, Drijvers, & van den Heuvel-Panhuizen (2014), menemukan hasil serupa di Indonesia. Dari penelitian tersebut diketahui pula bahwa penyebab banyaknya siswa yang kesulitan belajar aljabar di Indonesia adalah karena adanya kesenjangan antara pembelajaran aritmatika yang dipelajari di jenjang sekolah dasar dan aljabar yang dipelajari di jenjang sekolah menengah. Oleh karenanya diperlukan suatu jembatan transisi yang dapat membantu menghubungkan pembelajaran aritmatika dan aljabar, atau yang dikenal dengan istilah pra-aljabar.

Pra-aljabar merupakan aljabar yang dibelajarkan di kelas awal, yang bertujuan untuk memberikan pengalaman belajar dengan struktur bilangan. Meskipun diberikan di usia yang lebih dini dari yang biasanya, pra-aljabar tidak dimaksudkan untuk mentransfer kurikulum sekolah menengah ke sekolah dasar, melainkan untuk memberikan perubahan yang lebih perlahan sehingga siswa tidak lagi belajar aturan penggunaan simbol tapi belajar untuk mengembangkan kemampuan berpikir dan bernalar aljabar (Jacobs, Franke, Carpenter, Levi, & Battey, 2007; p.259).

Berpikir aljabar merupakan kemampuan untuk fokus pada hubungan antar bilangan (Kieran, 2004). Ada tiga aspek yang termasuk di dalam kemampuan berpikir aljabar menurut Dekker & Dolk (2011), yaitu: (1) menggeneralisasi aritmatika, (2) penggunaan model matematika dan (3) perkembangan bahasa aljabar. Penelitian ini akan fokus pada aspek yang pertama yaitu

pola pikir aljabar sebagai kemampuan menggeneralisasi.

Ada beberapa bentuk pelajaran pra-aljabar yang dapat dilakukan, salah satunya adalah dengan menggunakan penelusuran pola (National Council of Teachers of Mathematics, 1989). NCTM merekomendasikan penggunaan pola karena bersifat dinamis dalam merepresentasikan variabel. Selama ini variabel seringkali dipandang sebagai representasi untuk bilangan yang tidak diketahui. Padahal, variabel juga memiliki fungsi sebagai representasi dari *range of value*.

Dalam penelitian ini digunakan pola-pola bilangan yang divisualisasi melalui bentuk-bentuk geometri. Hal ini dilakukan untuk memberikan kesempatan yang lebih luas kepada siswa untuk melakukan penyelidikan terhadap pola dan struktur.

Makalah ini merupakan hasil analisis dari penelitian yang bertujuan untuk mendesain lintasan pembelajaran pra-aljabar dengan menggunakan pola bilangan yang divisualisasi. Sejalan dengan itu, rumusan masalah yang ingin dijawab dalam tulisan ini adalah *“bagaimana aktivitas penelusuran pola yang tervisualisasi dapat mengembangkan pola pikir aljabar siswa?”*

## 2. Metode

Tujuan dari penelitian adalah untuk merancang suatu lintasan pembelajaran inovatif di bidang pra-aljabar yang bertujuan untuk membantu siswa untuk belajar aljabar pada tingkatan yang lebih tinggi. Untuk mencapai hal tersebut, diperlukan adanya suatu pemahaman tentang bagaimana materi yang dirancang dapat bekerja apabila diterapkan dalam kelas yang sesungguhnya. Oleh karenanya, penelitian kali ini menggunakan pendekatan *design research* atau penelitian desain, dengan tiga tahapan yang meliputi: desain awal, implementasi pembelajaran dan analisis retrospektif (Bakker & van Eerde, 2015).

Implementasi pembelajaran di kelas dilaksanakan dalam dua siklus. Siklus pertama, merupakan uji terbatas dimana peneliti berperan sebagai guru pengajar dan empat orang siswa VB MIN 2 Palembang dilibatkan sebagai subjek penelitian. Siklus I

ini bertujuan untuk mengukur keterlaksanaan desain pembelajaran yang disusun. Temuan-temuan pada Siklus I direfleksi dan dijadikan landasan untuk merevisi desain yang kemudian digunakan pada Siklus II. Siklus II dilaksanakan dengan subjek berbeda, kali ini melibatkan satu kelas utuh yaitu kelas VA MIN 2 Palembang beserta guru matematika yang mengajar di kelas tersebut. Makalah ini akan fokus membahas hasil dari pertemuan keempat yang berlangsung di siklus II.

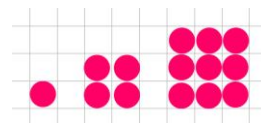
Data penelitian dikumpulkan melalui jawaban tertulis siswa, catatan selama penelitian, serta rekaman audio dan video selama kegiatan implementasi berlangsung. Penggunaan lebih dari satu metode pengumpulan data dilakukan untuk meningkatkan validitas internal dari proses ini. Adapun reliabilitas pengumpulan data ditingkatkan melalui penggunaan media elektronik untuk merekam pembelajaran. Data yang terkumpul kemudian dianalisis secara kualitatif untuk memperoleh pemahaman yang mendalam tentang bagaimana penelusuran pola dapat membangun kemampuan berpikir aljabar siswa.

Dalam kaitan mengkonstruksi suatu lintasan belajar, peneliti menggunakan Pendekatan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) sebagai acuan dalam bertindak. Dengan demikian, penggunaan konteks, model, keterkaitan antar materi, hubungan antara guru dan siswa serta pentingnya produksi yang dilakukan siswa dalam mengkonstruksi pengetahuan memegang peran penting selama berlangsungnya pembelajaran.

### 3. Pembahasan

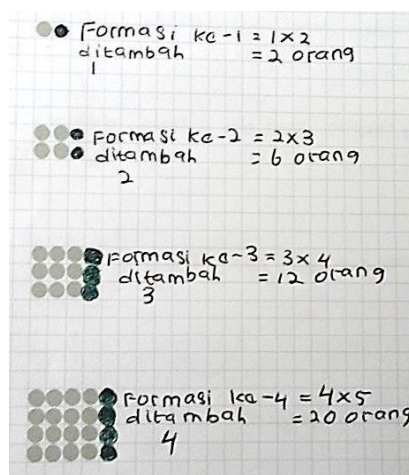
Pertemuan keempat pada Siklus II penelitian ini merupakan kelanjutan dari pertemuan sebelumnya yang membahas tentang bentuk umum bilangan persegi. Konteks yang digunakan adalah rencana untuk menampilkan *flash mob* pencak silat yang formasinya menyerupai persegi. Jadi pertama yang masuk adalah 1 orang penari, kemudian dilanjutkan dengan 3 orang penari sehingga ada 4 penari, kemudian ada 9

penari dan seterusnya seperti gambar berikut.



Gambar 1. Ilustrasi formasi persegi

Pada pertemuan ketiga, siswa dapat menggeneralisasi bahwa akan ada sebanyak “nomor formasi kuadrat” pada setiap formasi persegi yang terbentuk. Pada pertemuan keempat masalah baru diberikan dengan memperluas konteks pada pertemuan ketiga. Siswa diminta untuk memodifikasi bentuk formasi untuk *flash mob* karena dari pihak televisi yang akan menyiarkan acara secara langsung berpendapat bahwa formasi persegi tidak terlihat bagus di depan kamera. Oleh karena siswa diminta untuk memodifikasi bentuk persegi ini menjadi persegi panjang, dengan syarat jumlah penari yang ditambahkan di setiap formasinya harus seminimum mungkin. Tujuan dari penugasan ini adalah untuk menstimulus siswa dalam melihat struktur dari representasi visual pada sebuah pola bilangan. Salah satu pekerjaan siswa dapat dilihat pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Contoh modifikasi siswa dari formasi persegi ke persegi panjang

Masalah ini bukan hal yang mudah bagi siswa. Beberapa kesalahan muncul, termasuk: (1) siswa menambahkan penari secara acak sepanjang bentuk persegi awal

dapat diubah menjadi persegi panjang tanpa memperhatikan suruhan “tambah sesedikit mungkin penari” (contohnya dapat dilihat di Gambar 3, dimana siswa membetulkan jawaban awal mereka yang awalnya tidak memperhatikan instruksi tersebut) dan (2) siswa tidak memperhatikan bahwa flashmob haruslah memiliki jumlah penari yang terus bertambah, sehingga mereka memiliki jumlah penari yang sama di formasi pertama sampai keempat.



Gambar 3. Tidak memperhatikan jumlah minimum

Aktivitas kemudian dilanjutkan untuk menemukan banyaknya penari pada formasi ke-5, 10, dan 99 kemudian meminta siswa untuk menyusun suatu rumusan dalam bentuk kalimat yang menunjukkan cara umum yang dapat mereka gunakan untuk menyusun suatu formasi persegi panjang. Untuk menyelesaikan masalah ini, ada dua strategi umum yang digunakan siswa. Pertama, siswa berangkat dari konteks yang menginspirasi siswa untuk memulai dari formasi persegi sebelum membentuk persegi panjang. Fragmen 1 mengilustrasikan pemikiran siswa dengan strategi tersebut (keterangan: M=Meilia, P=Peneliti, A=Arkam).

#### Fragmen 1: Persegi ke Persegi Panjang

- [1] M : Yuk, Yuk (*Kakak perempuan dalam Bahasa Palembang!*)  
 [2] Bahasa Palembang!  
 [3] Formasi kelima *samo ndak* dengan  
 [4] baris kelima? (*Apakah formasi kelima sama dengan baris kelima?*)  
 [5] sama dengan baris kelima?  
 [6] sama dengan baris kelima?  
 [7] P : Ayuk gak tahu kenapa gak coba  
 [8] tanya Ferdy, atau Arkam atau tanya

- [9] Naurah?  
 [10] Bagaimana menurut kamu Ferdy?  
 [11] Arkam? Coba diskusi dengan  
 [12] Meilia.  
 [13] Tadi dia tanya, apa maksudnya  
 [14] formasi kelima.  
 [15] A : Cari kuadrat 5 ... itu kan 25 .. nah  
 [16] tambah dengan 5.

Strategi kedua adalah siswa melihat bentuk bangun persegi panjang dan mengkonstruksi rumus umum dari sana seperti yang diperlihatkan pada Fragmen 2 berikut (Keterangan: P=Peneliti, F=Ferdy, A=Arkam, N=Naurah).

#### Fragmen 2: Rumus Persegi Panjang

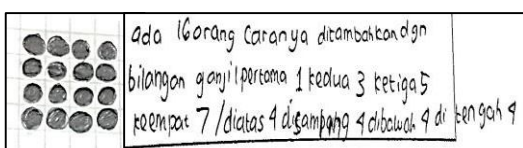
- [1] P : Kira-kira ada cara lain gak ya?  
 [2] kalau ndgak kayak gitu ya...  
 [3] kalau mau gak nyari formasi  
 [4] perseginya dulu gimana? ada cara  
 [5] gak ya?  
 [6] F : Ado dikali  
 [7] P : Dikali berapa Ferdy?  
 [8] F : Formasi yang mano?  
 [9] P : Ya ... itu formasi limo, kalau ga  
 [10] usah ...  
 [11] A : Dikali 6  
 [12] P : Kali 6? apanya kali 6?  
 [13] N : Apanyaa ... apanyaaa ...  
 [14] A : 6 dikali 5  
 [15] P : kenapa 6 kali 5?  
 [16] A : Hahh?  
 [17] P : Kenapa 6 kali 5? Coba dong  
 [18] tunjukin lewat gambar.  
 [19] F : 6 kali 5 30  
 [20] P : Iya, kenapa (itu dapat  
 [21] digunakan?)  
 [22] F : Hasilnya 30  
 [23] A : Persegi panjang  
 [24] F : Kan 5 kali 5 hasilnya 25, 25  
 [25] ditambah 5 jadinya 30  
 [26] P : He eh, terus 6 kali 5 nya tadi  
 [27] dapat darimana?  
 [28] F : 6 kali 5 kan 30 ...  
 [29] A : Setiap barisnya ini ada 6  
 [30] P : Oh jadi gitu, jadi 6 kali 5 gitu

Dari pembahasan terhadap kedua fragmen tersebut dapat dilihat bagaimana cara pandang siswa terhadap bentuk dari representasi visual pola bilangan dapat mempengaruhi cara mereka menyusun bentuk umumnya.

Peranan konteks juga memegang andil dalam menginspirasi siswa untuk melihat struktur bilangan. Kebanyakan siswa melihat bentuk umum persegi panjang ini sebagai bilangan persegi yang ditambahkan 1 baris/ 1 kolom lagi. Jadi misalnya diminta mencari banyak penari pada formasi ke-10 siswa cenderung melakukan perhitungan

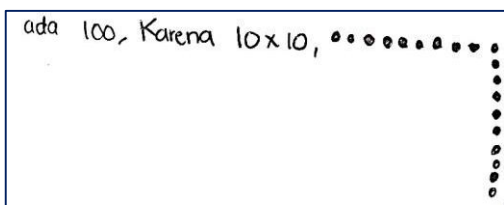
$$10 \times 10 + 10.$$

Pada pertemuan yang dijadikan contoh pada makalah ini memang tidak terlihat adanya pembentukan formula rekursif yang dilakukan siswa. Hal ini dikarenakan sebelum masuk ke pola bilangan persegi panjang siswa telah terlebih dahulu bekerja dengan pola persegi dan berhasil membuat bentuk umumnya. Namun, perlu disadari bahwa dalam banyak kasus yang melibatkan pola lain seperti misalnya pola persegi itu sendiri, banyak siswa yang akan melihat pola rekursifnya dulu sebelum dapat melihat bentuk umumnya. Ilustrasinya dapat dilihat pada Gambar 4 berikut.



Gambar 4. Startegi rekursif untuk menentukan formasi persegi berikutnya

Bentuk umum biasanya akan mulai dirasa perlu untuk diketahui apabila masalah dalam LKS mendesak siswa untuk mencari tahu banyaknya penari pada formasi yang jauh, misalnya 10, yang akan menghabiskan cukup banyak waktu untuk siswa yang ingin menghitung secara rekursif.



Gambar 5. Contoh metode perkalian untuk formasi persegi

Untuk itu disarankan untuk memulai kegiatan penelusuran dengan meminta siswa mengimitasi bentuk formasi, dengan tujuan memfamiliarikan siswa dengan struktur dasar pola tersebut (misalnya bentuk V, bentuk persegi, bentuk persegi panjang, bentuk

segitiga), kemudian minta siswa untuk menginvestigasi nomor pola yang dekat (misalnya banyak penari di formasi ke-5 atau ke-7), baru kemudian minta siswa untuk menyelidiki pola yang lebih besar (seperti 10, 25 atau bahkan 100).

#### 4. Simpulan

Dari pembahasan yang dilakukan diketahui bahwa kegiatan penelusuran pola yang tervisualisasi dapat membantu siswa dalam mengembangkan kemampuan berpikir aljabar karena melalui kegiatan ini siswa dapat melihat keterkaitan antar bilangan melalui dua hal: bilangan itu sendiri dan struktur geometri yang direpresentasi oleh bilangan-bilangan tersebut. Meskipun perkembangan siswa tidak selalu sama, tapi secara umum ada siswa yang memulai penyelidikan dengan bantuan mengimitasi gambar. Ada pula siswa yang lebih tertarik dengan bilangan dan menyelidiki perubahan-perubahan banyak penari (yang mewakili angka) yang menyusun suatu formasi. Perbedaan-perbedaan ini sangat mungkin terjadi karena setiap siswa memiliki konstruksi skema kognitif yang unik. Aktivitas penelusuran pola itu sendiri dimaksudkan untuk membiasakan siswa untuk melihat struktur dari suatu barisan bilangan. Struktur yang dilihat siswa berkaitan erat dengan bagaimana ia melihat bentuk umum suatu pola. Sehingga cara pandang yang berbeda terhadap struktur dari suatu pola akan berkontribusi pada perbedaan cara menggeneralisasi pola tersebut.

#### 5. Ucapan Terima Kasih

Penulis berterima kasih pada DIKTI dan Nuffic NESO yang telah membiayai penelitian yang merupakan bagian dari penulisan tesis di International Master Program on Mathematics Education (IMPoME), program kolaborasi antara Utrecht University dan Universitas Sriwijaya.

#### 6. Daftar Pustaka

Bakker, A., & Van Eerde, H. A. (2015). An introduction to design-based research with an example from statistics

- education. In A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (pp. 429-466). New York: Springer. doi:10.1007/978-94-017-9181-6\_16
- Brawner, B. (2012). Teaching and learning with technology: Reforming the algebra classroom. *Southwest Teaching and Learning Conference* (pp. 1-8). San Antonio: Texas A&M Univeristy.
- Dekker, T., & Dolk, M. (2011). From Arithmetic to Algebra. In P. Drijvers (Ed.), *Secondary algebra education: Revisiting topic and themes and exploring the unknowns* (pp. 69-87). Rotterdam: Sense Publishers.
- Egodawatte, G. (2011). *Secondary school students' misconceptions in algebra*. (Doctoral Dissertation). Retrieved from [https://tspace.library.utoronto.ca/bitstream/1807/29712/1/EgodawatteArachchi geDon\\_Gunawardena\\_201106\\_PhD\\_thesis.pdf.pdf](https://tspace.library.utoronto.ca/bitstream/1807/29712/1/EgodawatteArachchi%20geDon_Gunawardena_201106_PhD_thesis.pdf.pdf)
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on childrens' algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 258-288.
- Jupri, A., Drijvers, P., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Difficulties in initial algebra learning in Indonesia. *Mathematics Education Research Group of Australasia*, 1-28. doi:10.1007/s13394-013-0097-0
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8, 139-151.